

2.1.3 Mortalidade de Inválidos

Premissa atual

Winklevoss (-20%)

Outras premissas testadas

IAPC

MI-85

RP-2000 Disabled

RRB-44

Winklevoss

AT-49

AT-49 (+10%)

AT-49 M (+10%)

AT-55

AT-83 Basic

2.1.3 | RESULTADOS MORTALIDADE DE INVÁLIDOS

**Quadro 2.1.3 - Resumo Estatístico dos Testes
Mortalidade de inválidos**

Tabuças testadas	Frequência esperada	Teste Z		Teste K-S		Teste X ²		p(bin)
		Z _{calc}	p-valor	D _{calc}	D _{crítico}	X ² _{calc}	p-valor	
IAPC	632,8	-16,06	0,0000	1	1	1	1	1
MI-85	322,2	-4,39	0,0000	1	1	1	1	1
RP-2000 Disabled	395,0	-7,74	0,0000	1	1	1	1	1
RRB-44	574,1	-14,25	0,0000	1	1	1	1	1
Winklevoss	347,5	-5,62	0,0000	1	1	1	1	1
Winklevoss (-20%)	278,0	-2,01	0,0220	1	1	1	1	1
AT-49 por sexo	205,6	2,78	0,9973	0,1292	0,1542	39,6	0,0000	0,85
AT-49 por sexo (+10%)	226,2	1,27	0,8978	0,1292	0,1503	30,7	0,0002	0,84
AT-49 M (+10%)	232,1	0,86	0,8053	0,1213	0,1493	26,5	0,0009	0,85
AT-55	178,7	5,01	1,0000	0,1586	0,1603	79,5	0,0000	0,81
AT-83 Basic	171,1	5,71	1,0000	0,1943	0,1624	111,7	0,0000	0,79
Frequência observada de eventos	245	Período de análise: 2011-2013						
Nível de significância dos testes Z	0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância						
Teste K-S		Rejeita-se a aderência quando D _{calc} >D _{crítico}						
Medida de ajustamento X ²		Quanto menor for a medida X ² _{calc.} , melhor deve ser o nível de aderência da tábua testada para a experiência observada.						
p(Bin): probabilidade binomial		Proporção de pontos da curva que podem ser considerados aderentes a tábua testada. Pode-se entender essa medida como a probabilidade da tábua ser aderente às características observadas						

¹ Medidas não calculadas quando a rejeição da tábua é indicada pelo teste Z

Análise dos resultados

Mortalidade de inválidos

O conjunto de testes aplicados para análise de aderência de tábuas de mortalidade de inválidos, apresentados nos quadros 2.1.3, sugere as seguintes conclusões, de acordo com a metodologia apresentada no capítulo 3 deste relatório:

1 – A partir da análise do teste Z para totais esperados (teste de proporção), há evidências de não aplicabilidade de todas as tábuas de mortalidade de inválido analisadas, a um nível de 5% de significância. No período amostrado houve registro de 245 falecimentos de inválidos no grupo de participantes repactuados. Os totais esperados para o mesmo período, derivados da aplicação dessas tábuas à massa estimada de expostos resulta em quantidades esperadas totais significativamente superiores à experiência observada, conforme pode ser observado na coluna “Frequência esperada”, do quadro 2.1.3.

2 – Em acordo com a metodologia deste estudo, uma premissa deve ser rejeitada quando ambos os testes (K-S e X^2) evidenciarem a rejeição da mesma. Dessa forma, podem ser consideradas adequadas à experiência de mortalidade de inválidos da entidade as tábuas AT-49 por sexo e seu agravo em 10%, assim como a tábua AT-49 M (+10%).

3 – A atual premissa, Winklevoss (-20%), apresenta evidências de não adequação à experiência observada por derivar em quantidade esperada significativamente superior à quantidade observada de eventos, assim como todas as demais tábuas específicas de mortalidade de inválidos. Dessa forma, acrescentou-se à análise outras tábuas contempladas no rol de tábuas publicadas pelo Instituto Brasileiro de Atuária - IBA. Entre essas, a tábua AT-49 M (+10%) derivou em melhores medidas de ajuste na comparação com as demais tábuas testadas, apresentando a menor medida X^2 (26,5), a maior medida p[bin] (0,85), além de derivar em quantidade total esperada mais próxima do total observado de eventos (232 eventos esperados frente a 245 ocorridos).

2.1.3 | RESULTADOS MORTALIDADE DE INVÁLIDOS

Conclusões e sugestões

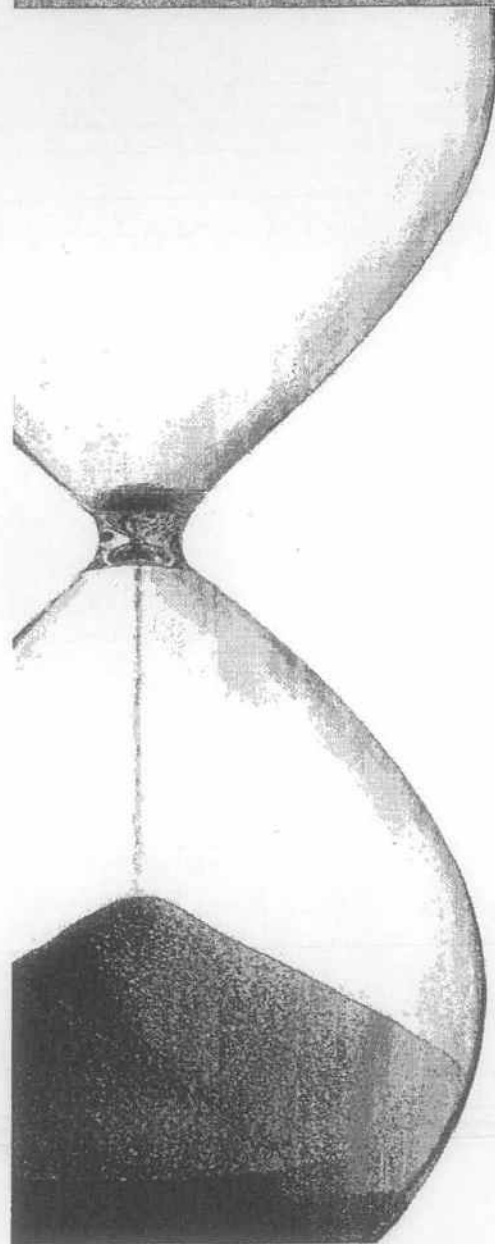
Mortalidade de inválidos

Dada a exposição estimada e a taxa de eventos observada por idade no período amostrado (2011-2013), **houve evidências** estatísticas significativas, a um nível de significância de 5%, para a rejeição da aderência da tábua Winklevoss (-20%) aplicada como premissa de mortalidade de inválidos para o Grupo de Repactuados do Plano PPSP.

Dessa forma, sugere-se a adoção da tábua AT-49 M (+10%) como premissa de mortalidade de inválidos para o Grupo de Participantes Repactuados do Plano PPSP, justificável por ser a tábua que derivou nas melhores medidas de ajuste estatístico, conforme análises apresentadas.

2.2.1 Taxa de rotatividade

Premissa atual
Rotatividade nula (0%)



2.2.1 | RESULTADOS TAXA DE ROTATIVIDADE

Quadro 2.2.1 - Resumo Estatístico dos Testes
Taxa de rotatividade anual por desligamento

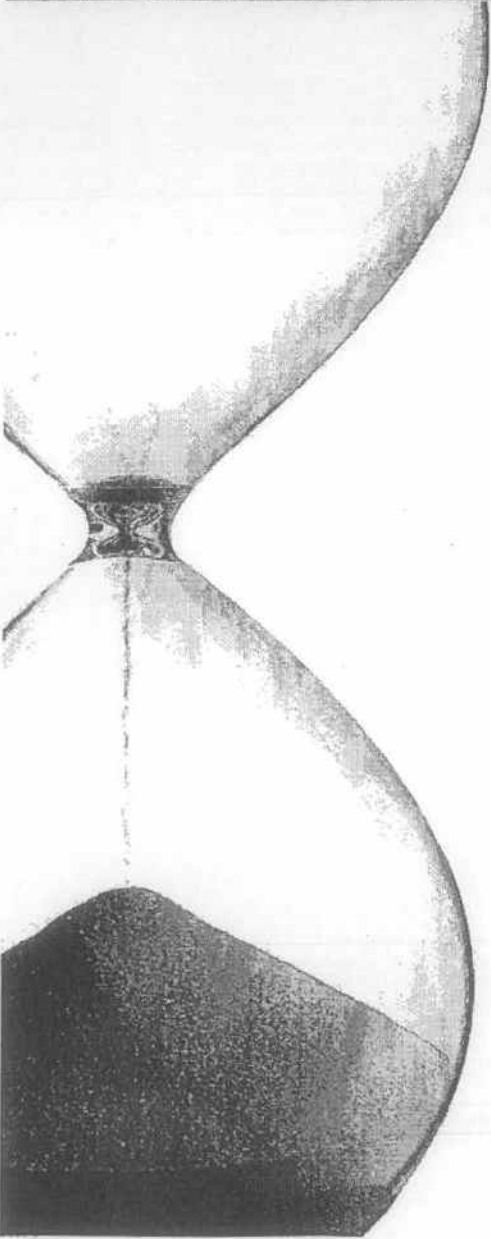
Patrocinadora/Plano	Rotatividade esperada	Rotatividade Observada	Z _{calc}	p-valor	LI (95%)	LS (95%)	Conclusão
PPSP repactuado	0,00%	0,03%	1,257	0,10440	0,00%	0,06%	Aderência NÃO REJEITADA
Nível de significância do teste Z	0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância					
Interpretação Intervalo de Confiança (IC)	Limite inferior de confiança deve ser entendido como premissa mínima aceitável para a experiência observada						
Período de análise	2011-2013						

Conclusões e sugestões Taxa de Rotatividade anual por desligamento

A partir da análise das estimativas para a taxa média de rotatividade anual observada no período amostrado, 2011 a 2013, **não houve evidências estatísticas significativas para a rejeição da aderência** da premissa de rotatividade nula para os Repactuados do Plano PPSP.

Assim, sugere-se a manutenção da taxa de 0,0% para a premissa de rotatividade por desligamento para o Grupo de Repactuados do Plano PPSP.

2.3.1 Crescimento Real de Benefício

An hourglass graphic is positioned on the left side of the slide. The top bulb is mostly empty, while the bottom bulb is filled with a dark, textured material representing sand. The narrow neck of the hourglass is in the center.

Premissa atual
0,0%/Ano

2.3.1 | RESULTADOS CRESCIMENTO REAL DE BENEFÍCIO

Quadro 2.3.1 - Resumo Estatístico dos Testes
Crescimento Real de Benefício

Patrocinadora/Plano	Cresc. Benef. Esperado	Cresc. Benef. Observado	Z _{calc}	p-valor	LI (95%)	LS (95%)	Conclusão
PPSP repactuado	0,00%	0,40%	0,547	0,29216	0,00%	1,61%	Aderência NÃO REJEITADA
Nível de significância do teste Z		0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância				
Interpretação Intervalo de Confiança (IC)	Limite inferior de confiança deve ser entendido como premissa mínima aceitável para a experiência observada						
Período de análise	2010-2013						

Conclusões e sugestões Crescimento Real de Benefício

A partir da análise das estimativas médias para a taxa média de crescimento de benefício observada no período amostrado, 2010 a 2013, não houve evidências estatísticas significativas para a rejeição da aderência da premissa de crescimento real de benefícios nulo para os Repactuados do Plano PPSP.

Assim, sugere-se a manutenção da taxa de 0,0% para a premissa de crescimento real de benefício para o Grupo de Repactuados do Plano PPSP.

2.3.2 Crescimento Real de Salário

Premissas atuais e proposições ¹

Petrobras atual: 1,981%/Ano

Petrobras proposição: 1,761%/Ano

¹ Premissa atual: premissa em vigor, utilizada na avaliação atuarial 2013

Premissa proposição: premissa proposta para avaliação atuarial 2014

2.3.2 | RESULTADOS CRESCIMENTO REAL DE SALÁRIO

Quadro 2.3.2 - Resumo Estatístico dos Testes
Crescimento Real de Salário

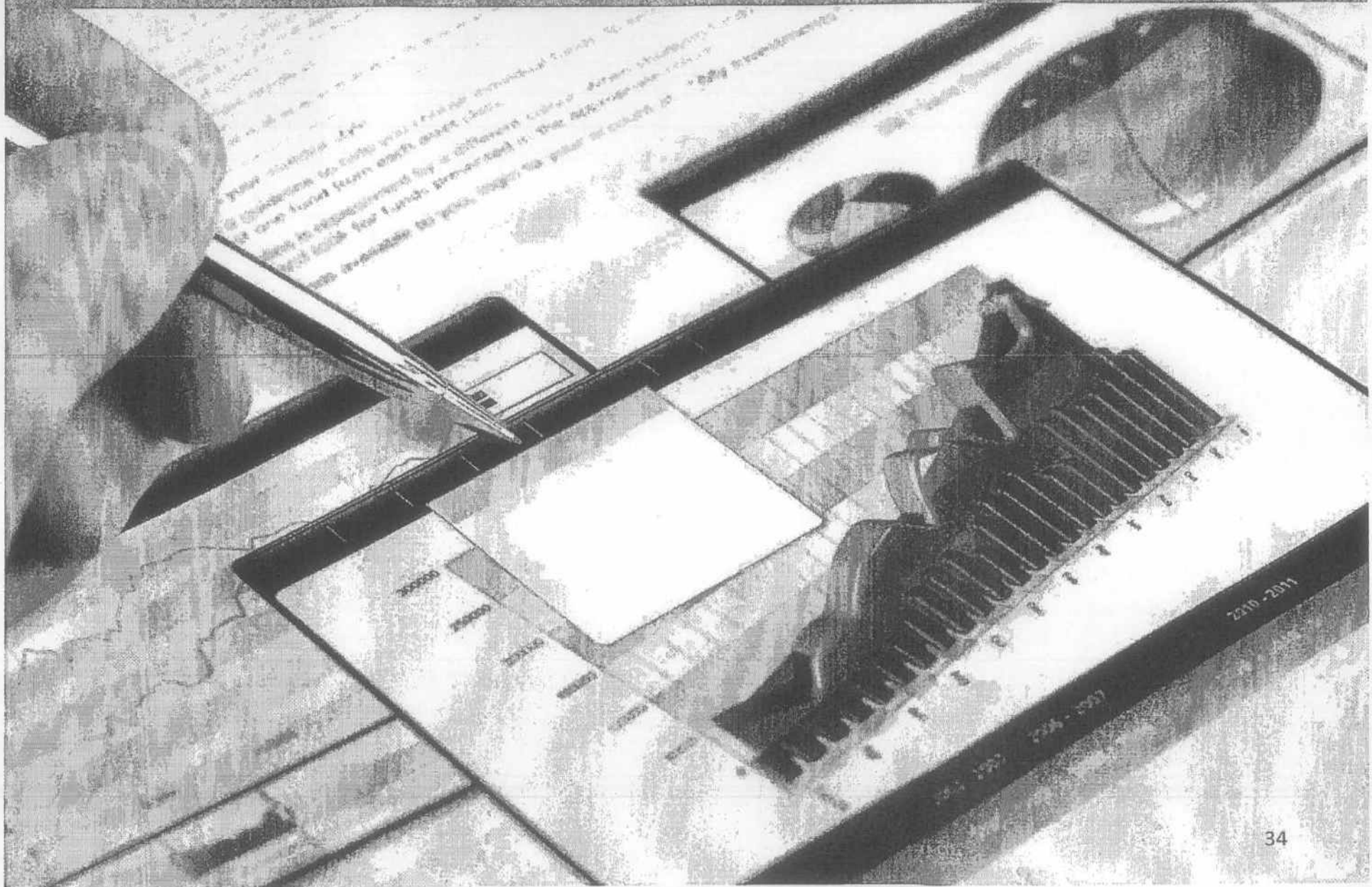
Premissa	Cresc. Sal. Esperado	Cresc. Sal. Observado	Z _{calc}	p-valor	LI (95%)	LS (95%)	Conclusão
Atual - avaliação de 2013	1,981%	2,53%	0,366	0,35722	0,06%	5,00%	Aderência NÃO REJEITADA
Proposição para 2014	1,761%	2,53%	0,507	0,30596	0,06%	5,00%	Aderência NÃO REJEITADA
Nível de significância do teste Z	0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância					
Interpretação Intervalo de Confiança (IC)	Limite Inferior de confiança deve ser entendido como premissa mínima aceitável para a experiência observada						
Período de análise	2012-2014						

Conclusões e sugestões Crescimento Real de Salário

A partir da análise das estimativas médias para a taxa de crescimento real de salário observada no período amostrado, 2012 a 2014, não houve evidências estatísticas significativas para a rejeição da aderência da premissa de 1,761%, proposição indicada pela patrocinadora, para o crescimento real de salários do Plano PPSP – Grupo de Repactuados.

Assim, possibilita-se a adoção da taxa de 1,761% para a premissa de crescimento real de salários para o Grupo de Repactuados do Plano PPSP.

3 | ASPECTOS METODOLÓGICOS



Base metodológica dos testes de hipóteses

A metodologia para testes de aderência de premissas desenvolvida pela **Mirador Atuarial** envolve um conjunto de técnicas de testes de hipótese e medidas de ajuste, embasados em métodos de estatística inferencial.

A teoria da probabilidade é a base sobre a qual toda a estatística inferencial é desenvolvida, fornecendo um meio para modelar populações, experimentos ou qualquer processo que possa ser considerado como um fenômeno aleatório. O objetivo das técnicas de inferência estatística envolve a estimação de parâmetros e testes sobre esses parâmetros a partir da observação de parte de um processo (amostra), buscando conclusões para o processo como um todo (população).

Resumidamente, pode-se definir um teste de hipótese como uma **regra de decisão para rejeitar ou não rejeitar** uma hipótese com base em elementos amostrais.

Esse caráter amostral do processo observado envolve o entendimento de uma diversidade de definições, tais como nível de confiança e significância, erro amostral, tipos de erro, estatísticas de teste e p-valor. Importante salientar também, decorrente das definições axiomáticas da teoria geral da probabilidade, o significado intuitivo dos termos “Rejeitar” ou “Não rejeitar” a aderência de uma premissa.

Assim, “**não rejeitar**” uma premissa equivale a concluir que **não há evidências** suficientes, dada a **experiência amostral observada**, de que a premissa não possa ser considerada aderente. Intuitivamente, **não rejeitar** uma premissa equivale a concluir, dentro de uma margem de confiança estipulada, que as **diferenças entre valores observados e esperados pela premissa não se constituem em diferenças estatisticamente significativas**, dada a significância escolhida, o **tamanho amostral observado** e as **características da massa no período amostrado**.

Por outro lado, “**rejeitar**” uma premissa equivale a concluir que, dada a **experiência amostral observada**, houve evidências suficientes para concluir que a premissa **deve ser considerada não aderente**, dentro de uma margem de confiança estipulada, dada a significância escolhida, e as características da massa no período amostrado.



Pelo termo “houve evidências suficientes” entende-se que a amostra observada, independente de sua magnitude, é suficiente para se concluir a cerca da hipótese testada. Assim, a preocupação quanto a quantidade de eventos ocorridos ou esperados deve ser restrita apenas ao atendimento das suposições mínimas para validação dos testes estatísticos. Uma vez atendida as suposições necessárias para aplicabilidade dos testes, a amostra deve ser considerada suficiente para a validação dos resultados.

Além disso, deve-se buscar também o entendimento de que o sentido de “aderência” de uma tábua biométrica não deve estar resumido apenas à comparação anual entre totais observados e totais esperados. O sentido da aderência deve ser mais amplo, abrangendo a comparação da ocorrência observada e esperada de eventos ao longo de toda a curva de mortalidade, e não apenas em torno de sua esperança matemática. Corroborar nesse sentido o texto da resolução MPS/CNPC nº 09, em seu item 4.5, pelo qual entende-se por aderência a *“conformidade decorrente da confrontação entre as probabilidades de ocorrência de morte ou invalidez constantes da tábua biométrica utilizada em relação àquelas constatadas junto à massa de participantes e assistidos”*.

A própria definição estatística dos testes de aderência diz que *“uma técnica é do tipo aderência no sentido de que ela pode ser usada para testar se existe uma diferença significativa entre um número observado de eventos, em cada categoria, e um número esperado de eventos baseado na hipótese nula.”* (SIEGEL,2006).

Isso significa que o estudo deve se constituir em uma análise detalhada das taxas estimadas de ocorrência por idade, ou por faixas etárias, o que equivale a analisar a aderência da distribuição observada ao longo de toda a curva da tábua biométrica.

Nesse sentido, a literatura especializada em Estatística oferece um variado número de técnicas para análise de aderência entre distribuições, cada qual com sua eficiência, poder, suposições e pré-requisitos para aplicabilidade, de tal forma que não é possível definir a uma melhor técnica de análise para aderência de premissas. Dessa forma não é possível aplicar uma única técnica para todos os casos analisados, pois cada técnica pode ser melhor ou pior quanto a sua eficiência de acordo com as características da massa analisada.

3.1 | PRINCÍPIOS GERAIS

Assim, a **Mirador Atuarial** desenvolveu em sua metodologia uma **combinação de técnicas de aderência e testes estatísticos**, objetivando usufruir dos pontos fortes que cada técnica apresenta, de acordo com cada situação, e dessa forma garantir uma melhor eficiência e maior credibilidade nos resultados obtidos.

Os testes estatísticos de aderência mais amplamente conhecidos e utilizados são os testes Qui-quadrado (X^2) e *Kolmogorov-Smirnov* (K-S). Ambos os testes possuem vantagens e desvantagens quanto a sua aplicação, de tal forma que uma combinação de ambos pode ser a melhor solução para conclusões mais eficazes para os testes de aderência de premissa.

Como regra prática, o teste X^2 apresenta menor poder para testes de aderência quando o número de eventos observados for inferior a 30 (valores próximos ainda são aceitáveis), e quando mais de 20% das classes possui frequência esperada inferior a 5, ou seja, além de um número de eventos mínimo, é necessário que a massa de expostos seja tal que a segunda suposição também seja satisfeita.

Por outro lado, para quantidades de eventos superiores a 200, o teste torna-se extremamente sensível, pois o mesmo exige que, quanto maior for o tamanho amostral, menor deverá ser os desvios entre esperado e observado para que a premissa não seja rejeitada. Além disso, é desejável nesses casos que as categorias apresentem quantidades esperadas entre 6 e 10 eventos. No caso da aplicação do teste em análise de premissas, essa condição dificilmente é observada quando a quantidade de eventos for superior a 150.

Nestes casos, onde o teste X^2 possui sua aplicabilidade prejudicada devido a não observância de seus pressupostos básicos, ou em casos em que seu poder fica prejudicado, conforme explanado nos parágrafos a cima, o teste de *Kolmogorov-Smirnov* (K-S) surge como alternativa.

No entanto, assim como o teste X^2 , o teste K-S também apresenta suas vulnerabilidades. Se por um lado esse teste apresenta algumas vantagens em relação ao teste X^2 , basicamente em ser aplicado para pequenas amostras e por não necessitar de agrupamento dos dados em classes, por outro lado o teste K-S exige distribuições teóricas completamente especificadas e independentes da amostra observada. Isso não ocorre em testes de aderência, pois a distribuição dos valores esperados de eventos por idade é obtida aplicando-se as probabilidades das tábuas de mortalidade sobre a exposição observada na massa analisada. Ou seja, depende da massa de expostos (amostra).



A consequência prática desse ponto fraco do teste K-S é que o mesmo tende a ser excessivamente “bondoso”, raramente rejeitando a hipótese nula (de aderência), principalmente nos casos de quantidades reduzidas de eventos. Assim, é prudente não se basear apenas nesse teste, sob o risco de incorrer no denominado erro do tipo II em testes de hipótese (não rejeitar uma hipótese falsa).

Além dos testes de aderência, é bastante útil a aplicação do teste Z de comparação entre o total observado e o total esperado de eventos. O teste Z para proporção é aplicado para testar se a proporção observada de eventos pode ser igual a proporção esperada, o que equivale a concluir estatisticamente se a quantidade total de eventos esperada pela tábua aplicada pode ser igual a quantidade total de eventos observada no período definido para análise.

Apesar da simples comparação entre totais observados e esperados não ser considerada como definitiva para se rejeitar ou não rejeitar uma premissa, pois conforme já mencionado, o sentido de aderência deve ser compreendido como um processo ao longo de toda a distribuição da tábua testada, a comparação testada pelo teste Z se constitui em uma primeira filtragem para a adequação das tábuas testadas. É possível concluir pela não adequação de uma tábua quando o teste Z indicar quantidade esperada de eventos significativamente superior ao observado (no caso de mortalidade), ou quando o mesmo indicar quantidade esperada de eventos significativamente inferior ao observado (no caso de entrada em invalidez).

Nas páginas seguintes é apresentado de forma mais detalhada os procedimentos de análise para cada tipo de premissa analisada, assim como as definições matemáticas dos testes aplicados em cada caso.

A análise de premissas biométricas consiste na testagem de hipóteses de aderência das tábuas de **mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos**. Outras tábuas, como por exemplo, tábuas de comorbidades ou tábuas de rotatividade também podem ser analisadas com a utilização dessa metodologia.

A metodologia de testes de aderência de tábuas biométricas, desenvolvida pela Mirador Atuarial, é composta por três etapas distintas:

Etapa 1: Estimativas de probabilidade de ocorrência do evento de interesse por idade (mortalidade geral, mortalidade de inválidos e entrada em invalidez);

Etapa 2: Aplicação de testes de hipótese de aderência para definir as premissas que podem ser consideradas adequadas à experiência observada;

Etapa 3: Análise dos resultados dos testes de hipótese e conclusões sobre a aderência.

Nas páginas seguintes é apresentado o detalhamento de cada uma dessas etapas na análise de premissas biométricas.

Etapa 1

Estimativas de probabilidade

Estimação das probabilidades de ocorrência dos eventos de interesse (mortalidade, entrada em invalidez, mortalidade de inválidos), por idade ou faixas etárias, através do método frequentista de probabilidade, pelo qual a probabilidade de um evento qualquer é dada por:

$$P_x = \frac{y_x}{Y_x}$$

Onde:

P_x é a taxa estimada de ocorrência para a idade x , ou faixa etária x ;

y_x é o número de eventos ocorridos no período observado, na idade x ;

Y_x é a exposição total no período analisado para a idade x . Sendo Y_x dado por: $Y_x = \sum_t^T \sum_{n=1}^N I_{n,t}$.

Onde I assume valores 0 ou 1, sendo 1 (um) quando no t -ésimo tempo o n -ésimo participante está exposto à ocorrência do evento de interesse no período t , e 0 (zero) se caso contrário.

Etapa 2

Testes de Hipótese – Teste Kolmogorov-Smirnov (K-S)

Hipótese testada: $\left\{ \begin{array}{l} H_0: F_0 = F_e \longrightarrow \text{A premissa é aderente} \\ H_1: F_0 \neq F_e \longrightarrow \text{A premissa não é aderente} \end{array} \right.$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (Além do nível de 5% de significância, é aceitável também a aplicação de 1%)

Estatística do teste: $D = \max|F_0(X_i) - S_N(X_i)|$ Onde F representa a distribuição acumulada esperada, e S representa a distribuição acumulada observada na massa analisada, em cada idade x .

Valor crítico: distribuição amostral tabelada conforme tamanho amostral, obtida através da adequação de Smirnov para quantidades esperadas e observadas diferentes, a partir da seguinte formulação: $D_{crit} = 1,63 * \sqrt{m+n/m+n}$, onde m representa a quantidade observada de eventos, e n a quantidade esperada pela aplicação da tábua testada. Em amostras inferiores a 150, o D_{crit} é calculado pela seguinte fórmula $D_{crit} = 1,36 * \sqrt{m+n/m+n}$

Regra de rejeição: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } D_{calc} > D_{crit} \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } D_{calc} \leq D_{crit} \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{array} \right.$



Etapa 2

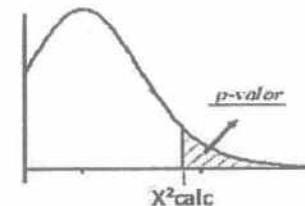
Testes de Hipótese – Teste Qui-quadrado (χ^2)

Hipótese testada: $\left\{ \begin{array}{l} H_0: f_0 = f_e \longrightarrow \text{A premissa é aderente} \\ H_1: f_0 \neq f_e \longrightarrow \text{A premissa não é aderente} \end{array} \right.$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (5% de significância)

Estatística do teste:
$$\chi^2_{calc} = \sum_{i=1}^l \frac{(f_{O_i} - f_{E_i})^2}{f_{E_i}}$$

Cálculo do p-valor: $\chi^2_{calc} \sim \chi^2(\delta) \longrightarrow$



Sendo δ graus de liberdade, dado pela quantidade de categorias menos 1; a quantidade de categorias deve ser tal que atenda as suposições do teste, apresentadas na página seguinte, e reflete a quantidade de eventos observada.

Regra de rejeição: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } p\text{-valor} \leq \alpha \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } p\text{-valor} > \alpha \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{array} \right.$

Etapa 2

Estatística Qui-quadrado (χ^2) – Suposições

A validação do p-valor do teste qui-quadrado de aderência requer os seguintes pressupostos:

- Proporção de classes com frequência esperada inferior a 5 não pode ser superior a 20%;
- Em cada classe, a frequência observada deve ser de pelo menos uma observação

Em grandes amostras o teste torna-se extremamente sensível, pois o mesmo exige que, quanto maior for o tamanho amostral, menor deverá ser os desvios entre esperado e observado para que a premissa não seja rejeitada. Além disso, é desejável nesses casos que as categorias apresentem quantidades esperadas entre 6 e 10 eventos. No caso da aplicação do teste em análise de premissas, essa condição dificilmente é observada quando a quantidade de eventos for superior a 150.

IMPORTANTE:

Quando as suposições observadas não estão satisfeitas, não se pode garantir que a estatística χ^2 convirja para uma distribuição de probabilidade qui-quadrado, comprometendo a obtenção do p-valor e, por consequência, inviabilizando a **conclusão do teste estatístico**. Importante salientar que este é o único prejuízo decorrente da não observação das suposições do teste qui-quadrado.

Dessa forma, mesmo que as suposições não estejam satisfeitas, a Estatística qui-quadrado ainda pode ser utilizada como uma medida de distância entre curvas, ou seja, medida de bom ajuste (conforme descrito na página seguinte), pois a fórmula matemática da estatística independe das suposições descritas a cima.

Etapa 2

Estatística Qui-quadrado (X^2) aplicada como medida de “Bom ajuste”

A lógica da medida de Qui-Quadrado, decorrente da formulação Matemática dessa Estatística, permite concluir que se a concordância entre uma curva esperada e uma curva observada é satisfatória, as diferenças entre ambas, medido na fórmula por $(f_o - f_E)$, serão pequenas e, em decorrência disso, o valor da estatística X^2 também será pequeno. Por outro lado, quão maior for a divergência entre uma curva esperada e uma curva observada, maiores serão as diferenças medidas por $(f_o - f_E)$ e, conseqüentemente, maior será o valor da estatística X^2 .

O caso extremo de aderência perfeita entre duas curvas (observado e esperado) seria um exemplo onde essas curvas são exatamente iguais. Assim teríamos que as diferenças medidas por $(f_o - f_E)$ seria zero, pois a diferença entre dois números iguais é zero. Neste exemplo a medida Qui-Quadrado também seria zero, ($0^2=0$; e a divisão de zero por qualquer número também é zero), e haveria perfeita aderência entre a curva observada e a curva esperada. **Assim, quanto menor for a estatística X^2 calculada, melhor é o nível de ajustamento dos dados observados com os valores esperados pela premissa testada.**

Essa constatação decorrente da formulação da estatística Qui-Quadrado é muito importante para auxiliar na escolha de uma nova tábua biométrica, quando a premissa atual é rejeitada, pois a mesma pode ser entendida como uma medida de distanciamento entre duas curvas. **Ressalvando os princípios atuariais, relacionados a prudencialidade e conservadorismo para a gestão da entidade em análise, uma nova premissa biométrica pode ser escolhida como sendo aquela que apresentar medida de Qui-Quadrado mais próxima de 0 (zero), que é a condição extrema de igualdade entre duas curvas.**

Etapa 2

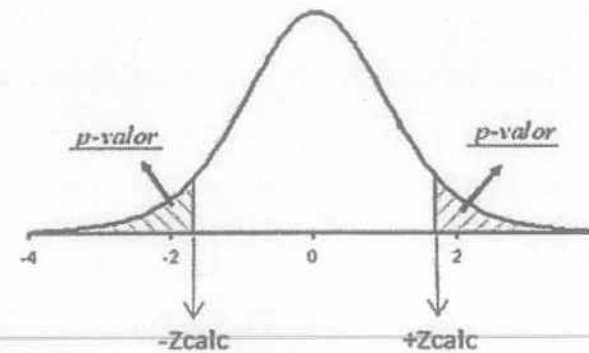
Testes de Hipótese – Teste para proporção

Hipótese testada: $\begin{cases} H_0: p = \pi & \longrightarrow \text{A premissa é aderente} \\ H_1: p \neq \pi & \longrightarrow \text{A premissa não é aderente} \end{cases}$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (5% de significância)

Estatística do teste:
$$Z_{calc} = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}}$$

Cálculo do p-valor: $Z_{calc} \approx N(0,1)$



Regra de rejeição: $\begin{cases} \text{Se } p\text{-valor} \leq \alpha \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } p\text{-valor} > \alpha \rightarrow \text{n\~ao rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{cases}$



Etapa 2

Testes de Hipótese – Binomial

O teste Binomial, conforme definições apresentadas em Siegel (página 58), evidenciará se é razoável acreditar que as frequências de eventos observadas em cada idade na amostra analisada poderiam ter sido obtidas de uma população cuja taxa de eventos é o q_x dado pela tábua analisada.

Assim, em uma sequência de N expostos, a variável $Y = \sum_{i=1}^N x_i$ representa a quantidade de eventos de interesse observada, onde x assume os valores 1 (sucesso: ocorreu o evento) e 0 (fracasso: não ocorreu o evento).

Dessa forma, em uma idade qualquer, com quantidade N de expostos, a probabilidade de se obter a quantidade K de sucessos, será dado por:

$$P[Y = k] = \binom{N}{k} * p^k * 1 - p^{N-k}$$

Onde p representa o q_x da tábua biométrica testada para a idade x .

Então, para cada idade pertencente a amplitude de uma tábua biométrica (geralmente de 0 a 115 anos) e que apresenta massa exposta na amostra, observa-se a quantidade exposta (N), a quantidade de eventos Y , e calcula-se a probabilidade de se observar Y eventos em N expostos, dado o q_x das respectivas idades dados pela tábua analisada. A partir dessa probabilidade estimada, rejeita-se ou não rejeita-se o q_x daquela idade específica, a partir da probabilidade estimada pela fórmula acima.

Etapa 2

Adequação do teste binomial para obtenção de medida de “Bom ajuste”

Após a realização do teste Binomial para cada idade cuja exposição na massa analisada é superior a 1, têm-se a variável $B = \sum_x^{\omega} I_x$,

onde $I_x = \begin{cases} 1, & \text{se } q_x \text{ da tábua pode ser considerado aderente na idade } x \\ 0, & \text{se } q_x \text{ da tábua não pode ser considerado aderente na idade } x \end{cases}$

Assim, B representa a quantidade de pontos (idades x), cujo q_x dado pela tábua analisada pode ser considerado adequado à experiência observada. Dessa forma, a probabilidade da tábua ser considerada aderente à característica demográfica analisada será dada por:

$$P[\text{Bin}] = \frac{B}{X}$$

Onde X é a quantidade de pontos (idades), cuja massa de expostos é superior a 1.

A estimativa da probabilidade de aderência, dessa forma, pode ser entendida como sendo a proporção de pontos da curva que podem ser considerados aderentes a tábua testada. Ou seja, como o teste binomial, em sua concepção básica, fornece a probabilidade da amostra observada ser de uma população com os parâmetros especificados, de tal forma que podemos interpretar essa medida como sendo a probabilidade da tábua ser aderente às características observadas.

Como parâmetro de aceitabilidade, sabendo que probabilidade é um valor quantificável no intervalo (0;1), probabilidades superiores a 0,90 podem ser consideradas ótimas medidas de ajuste; probabilidades superiores a 0,80 podem ser consideradas como sendo boas medidas de ajuste; e probabilidades superiores a 0,70 podem ser consideradas aceitáveis para a não rejeição de uma tábua biométrica. Medidas inferiores a 0,70 devem levar a conclusão de não aplicabilidade da tábua testada.



Etapa 3

Análise dos resultados

A análise de premissas biométricas, a partir do exposto a cima quanto às peculiaridades de cada teste estatístico, é realizada a partir da aplicação e análise do seguinte conjunto metodológico:

1º - Aplicação do teste Z para rejeitar tábuas de mortalidade que apresentarem total esperado de eventos significativamente superior ao total observado. No caso de tábuas de entrada em invalidez, o teste deverá rejeitar as tábuas que apresentarem total esperado de eventos significativamente inferior ao total observado. Essa primeira filtragem de premissas se baseia nos pressupostos atuariais de proteção e conservadorismo para a gestão do plano.

2º - Nas tábuas não rejeitadas pelo teste Z, aplicação de testes de aderência, observando as seguintes situações, de acordo com a quantidade de eventos observada:

- **Quantidade de eventos superior a 150:** teste de aderência Kolmogorov-Smirnov (K-S) e Teste X^2 de aderência; como medida de bom ajuste (*goodfitness*) aplica-se a medida qui-quadrado e probabilidades do teste Binomial;
- **Quantidade de eventos inferior a 150:** teste de aderência Kolmogorov-Smirnov (K-S) e teste de aderência X^2 , observando os pressupostos de aplicabilidade de ambos os testes; como medida de bom ajuste (*goodfitness*) aplica-se a medida qui-quadrado;

Etapa 3 Análise dos resultados

3º - Após aplicação dos testes das etapas anteriores, observar as situações a e b abaixo:

- a) A premissa atualmente utilizada como parâmetro para os testes não foi rejeitada pelos testes de aderência (K-S e X^2). Neste caso conclui-se pela manutenção da premissa atualmente utilizada; **IMPORTANTE:** uma premissa deve ter sua aderência rejeitada quando ambos os testes indicarem essa situação.

- b) A premissa atualmente utilizada como parâmetro para os testes foi rejeitada por ambos os testes de aderência (K-S e X^2) e, além disso, apresenta medida de probabilidade de aderência inferior a 0,70. Neste caso observar as situações b1 e b2:
 - b1) Mesmo rejeitada por testes estatísticos, se a atual premissa atende a pressupostos atuarias quanto a aspectos prudenciais e de conservadorismo para a gestão do plano, verificar a possibilidade de manutenção da mesma;
 - b2) Caso b1 não se verifique, escolher uma nova premissa, de acordo com medidas de bom ajuste (qui-quadrado ou probabilidade de aderência P(Bin)).

I



Etapa 3

Análise dos resultados

IMPORTANTE:

Conforme já discorrido nas páginas anteriores, destacando-se os princípios gerais das técnicas estatísticas de testes de hipóteses, assim como as suposições que devem ser verificadas para a correta interpretação dos resultados dos testes, é importante salientar a enorme sensibilidade desses testes ao tamanho da amostra observada, ou a quantidade de eventos observados no período amostrado.

Amostras muito grandes tendem a ser sensíveis a qualquer desvio que possa ser observado, levando os testes a rejeitar todas as tábuas em análise. Por outro lado, amostras muito pequenas não conseguem ser suficientes para discriminar de forma significativa as diferenças existentes entre as tábuas biométricas, levando os testes a não rejeitar todas as tábuas em análise.

Nessas situações, ou de rejeição ou de não rejeição de todas as tábuas por parte dos testes específicos de aderência (K-S e X^2), é importante observar para a definição ou escolha de uma tábuas aspectos relacionados as seguintes medidas, por ordem de importância:

- Menor medida X^2 ;
- Maior medida de proporção da curva que pode ser admitida como aderente ($p[\text{Bin}]$); e
- Frequência esperada derivada da aplicação da tábua mais próxima da quantidade observada de eventos.

3.3 | METODOLOGIA PREMISSAS DEMOGRÁFICAS

O conjunto de premissas demográficas é composto pelas suposições de composição familiar, mais especificamente as premissas **percentual de casados, diferença média de idade entre cônjuges, rotatividade e idade de entrada em aposentadoria**. De uma forma geral, a análise de premissas demográficas é composta por duas etapas distintas:

Etapa 1: análise de dados para cálculo de estimativas de médias e proporções, assim como estimativas intervalares e aplicação de teste de hipótese para analisar se as premissas utilizadas podem ser consideradas adequadas à experiência observada;

Etapa 2: Análise dos resultados dos testes de hipótese e conclusões sobre a aderência.

Nas páginas seguintes é apresentado o detalhamento de cada uma dessas etapas na análise de premissas demográficas.

Etapa 2

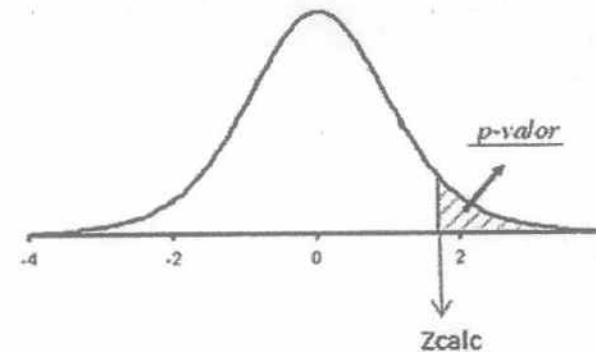
Testes de Hipótese – Teste Z para média

Hipótese testada: $\begin{cases} H_0: \mu \leq \mu_0 & \longrightarrow & \text{A premissa é aderente} \\ H_1: \mu > \mu_0 & \longrightarrow & \text{A premissa não é aderente} \end{cases}$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (5% de significância)

Estatística do teste: $Z_{calc} = \frac{x - \mu_0}{\sigma_{\bar{X}}}$

Cálculo do p-valor: $Z_{calc} \sim N(0,1)$



Regra de rejeição: $\begin{cases} \text{Se } p\text{-valor} \leq \alpha \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } p\text{-valor} > \alpha \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{cases}$

Etapa 2

Intervalo de Confiança – IC para médias

Intervalo de confiança para a média: $(\bar{x} - \varepsilon; \bar{x} + \varepsilon)$

Onde:

$$\varepsilon = Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}, \text{ sendo a confiança dada por } (1 - \alpha)$$

Dessa forma os limites que compõe o intervalo de confiança para a média estimada serão dados por

$$\text{Limite inferior: } LI = \bar{x} - Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}$$

$$\text{Limite superior: } LS = \bar{x} + Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}$$



Etapa 3

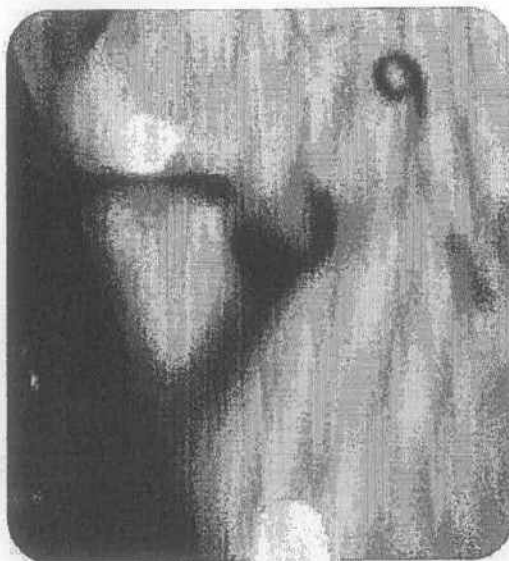
Análise dos resultados

Diferente da análise de aderência das premissas biométricas, na qual se faz necessário e é possível a aplicação de diversas técnicas de análise para concluir sobre a aderência de determinada premissa, o caso da análise dos resultados dos testes referentes a aderência das premissas demográficas é mais simples, pois sua conclusão se volta apenas ao resultado do teste Z, sem a necessidade da comparação dos resultados de diversos testes, ou ainda a partir da análise das estimativas por Intervalo de confiança (teste Z e Intervalo de Confiança não são análises complementares, sendo possível a análise apenas de um ou de outro)

Assim, a rejeição ou não da aderência dessas premissas, equivale a rejeição ou não da hipótese nula formulada para o teste Z para médias e proporções, ou de forma mais simples, verificar se a premissa testada está contida no intervalo de confiança estimado (qualquer valor contido dentro de um Intervalo de Confiança pode ser considerado como adequado à experiência observada).

- 1- Siegel, S. (2006). *Estatística Não Paramétrica para Ciências do Comportamento*. 2ª ed. Porto Alegre: Artmed.
- 2- Fernandes, E.M.G.P. (1999). *Estatística Aplicada*. Edição única. Braga: Universidade do Minho.
- 3- James, B. (1996). *Probabilidade: um curso em nível intermediário*. 2ª ed. São Paulo: IMPA.
- 4- Fonseca, J.S., Martins, G.A. (1994). *Curso de Estatística*. 5ª ed. São Paulo: Atlas.
- 5- Mayer, P.L. (1983). *Probabilidade: aplicações à Estatística*. 2ª ed. Rio de Janeiro: LTC.





Giancarlo Giacomini Germany
Giancarlo Giacomini Germany
giancarlo@mirador-atuarial.com.br
ATUÁRIO MIBA 1020



Juscelino miacki
juscelino@mirador-atuarial.com.br
ESTATÍSTICO CONRE 4ª REGIÃO – Nº 8787

Fone: (051) 3228-6991
www.mirador-atuarial.com.br

Mirador
Atuária • Pesquisa • Conhecimento





MIRADOR 1.168/2015

Porto Alegre, 10 de dezembro de 2015

À Gerência Atuarial e de Desenvolvimento de Planos da
PETROS - Fundação Petrobras de Seguridade Social

Ref.: Manifestação com relação à "taxa real de juros" do Plano Petros do Sistema Petrobras Repactuados.

Prezados Senhores,

Em continuidade às questões apresentadas no parecer MIRADOR 0966/2015, referente às premissas atuariais a serem utilizadas nos estudos com a finalidade de embasar o processo em análise no âmbito da PREVIC, referente à Cisão de Massas do plano em Repactuados e Não Repactuados, apresentamos nossa manifestação com relação à "taxa real de juros" para o grupo de participantes que se enquadram na situação de Repactuados.

Para a emissão de nosso posicionamento técnico, especialmente com relação às exigências apresentadas na Resolução MPS/CNPC N° 09/2012 e na Resolução MPS/CNPC N° 15/2014, elaboramos a análise do estudo efetuado pela Gerência de Gestão de Riscos de Investimentos da Entidade, denominado "ESTUDO DE TAXAS REAIS DE JUROS PROJETADAS NO LONGO PRAZO PARA O PLANO: PETROS-SISTEMA PETROBRAS REPACTUADOS", de dezembro/2014, recebido por nossa consultoria nesta data de 10/dezembro/2015.

Com relação aos insumos utilizados pela Gerência de Gestão de Riscos de Investimentos da Entidade, analisamos o fluxo de caixa projetado de contribuições e benefícios e sua coerência frente ao passivo dos planos, estando os mesmos adequados para a realização desta manifestação.

O resultado final do estudo apresentado pela Gerência de Gestão de Riscos de Investimentos da Entidade, o qual considerou a taxa de rentabilidade para o patrimônio líquido no longo prazo (5,81% ao ano) juntamente com a correção da dívida previdencial por marcação da curva a 6,00% ao ano, indica que a taxa projetada de rentabilidade dos recursos garantidores está em um patamar de **5,84% ao ano acima da inflação, a partir de 2015.**

Pelos limites apurados pela aplicação das regras estabelecidas na Resolução MPS/CNPC N° 15/2014, o plano apresenta uma duração de passivo de **12,26 anos**, resultando



em uma taxa de juros parâmetro de 5,24% ao ano e dos limites inferiores e superiores de 3,67% ao ano e de 5,64% ao ano, respectivamente.

Comparando o limite superior de 5,64% ao ano com a taxa composta projetada pelo plano no longo prazo de 5,84% ao ano, identificamos que **ocorre uma extrapolação do limite superior**, impossibilitando a aplicação automática dessa taxa como sendo a taxa real de juros a ser utilizada nas avaliações atuariais. Assim, seria necessário solicitar autorização da PREVIC, como previsto no item 4.2.2 da Resolução MPS/CNPC N° 15/2014.

Caso a PETROS decida por aplicar os efeitos da Resolução CNPC n° 15/2014, cuja aplicação para 2014 é facultativa e a critério da Entidade, entendemos adequada a **adoção da taxa real de juros até o limite superior** do intervalo estabelecido pela citada Resolução, sendo de **5,64% ao ano para o grupo REPACTUADOS do Plano PPSP**.

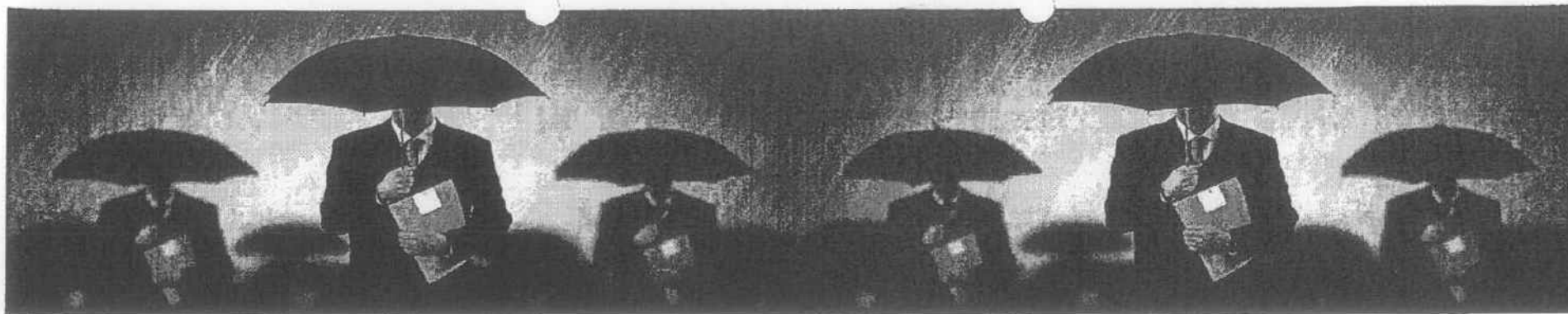
Considerando ainda que o estudo apresentado pela Gerência de Gestão de Riscos de Investimentos da Entidade aponta uma rentabilidade projetada para o **plano consolidado equivalente a 5,81%** (conforme apresentado no anexo 1 do referido estudo), e que a taxa que representa a média ponderada (ponderação das proporções de cada sub massa no grupo consolidado entre 25% para NÃO REPACTUADOS e 75% para REPACTUADOS) das sub-massas de REPACTUADOS e NÃO REPACTUADOS é de **5,63% a.a.**, sugerimos manter a rentabilidade alinhada com a taxa média ponderada.

Colocamo-nos ao inteiro dispor para maiores esclarecimentos e aproveitamos para renovar nossos votos de estima e consideração.

Atenciosamente,

Giancarlo Giacomin Germano
Giancarlo Giacomin Germano
Atuário M.I.B.A. 1020





PLANO PETROS DO SISTEMA PETROBRAS - PPSP

GRUPO DE NÃO REPACTUADOS

RESULTADOS DOS ESTUDOS DE ADERÊNCIA DE PREMISAS
REFERENTE DEZEMBRO/2014

MIRADOR 0967/2015



Mirador
Atuária · Pesquisa · Conhecimento



OUTUBRO DE 2015

©2014 Mirador Atuarial. Todos os direitos reservados. Este documento é confidencial. Para uso exclusivo da Mirador Atuarial e de seu cliente.

Este documento é destinado exclusivamente para uso interno do cliente da Mirador Atuarial e não deve ser distribuído ou reproduzido fora da organização sem prévia permissão escrita da Mirador Atuarial.

©2014 Mirador Atuarial. All rights reserved. This document is confidential. For Mirador Atuarial and Mirador Atuarial client use only.

This document is intended for the internal use of Mirador Atuarial client only and may not be distributed or reproduced externally in any form without express written permission of Mirador Atuarial.

Introdução.....	04
1 Sumário dos resultados	07
1.1 Quadro resumo.....	08
1.2 Conjunto de hipóteses recomendado	09
2 Detalhamento analítico dos resultados	10
2.1 Premissas Biométricas.....	11
2.2 Premissas Demográficas	26
2.3 Premissas Econômico-Financeiras.....	28
3 Aspectos Metodológicos.....	32
3.1 Princípios gerais	33
3.2 Premissas Biométricas	37
3.2 Premissas Demográficas	49
3.3 Premissas econômico-financeiras	54
Referências bibliográficas.....	59



Considerações iniciais

O presente relatório apresenta o resultado dos estudos de análise das premissas atuariais 2014 para o Plano Petros do Sistema Petrobrás (PPSP), referente ao Grupo de Não Repactuados, administrado pela Fundação Petrobrás de Seguridade Social - PETROS, com a finalidade de embasar o processo em análise no âmbito da PREVIC, referente à Cisão de Massas do plano em Repactuados e Não Repactuados.

Este estudo compreende a análise das seguintes premissas:

- **Hipóteses biométricas:**
 - Mortalidade Geral
 - Entrada em invalidez
 - Mortalidade de inválidos
- **Hipóteses demográficas:**
 - Rotatividade
- **Hipóteses econômico-financeiras:**
 - Crescimento real de salários
 - Crescimento real de benefícios

Informações sobre base de dados e datas de referência

As análises de premissas desse estudo foram realizadas com base em informações cadastrais fornecidas pela entidade. Em etapa preliminar de análise de dados, as bases foram consistidas e validadas, através de critérios pré-definidos de validação de dados para este fim. Após análise, as bases cadastrais foram consideradas consistentes para a elaboração do estudo de premissas.

Este estudo foi realizado sobre as seguintes bases cadastrais e datas de referência:

- **Premissas biométricas e demográficas:** informações cadastrais e histórico de ocorrências de óbitos, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos no período 2011-2013. Base gerada em Setembro de 2014.
- **Premissa crescimento real de salários e benefícios:** histórico de evolução salarial individual dos participantes do plano, no período 2012 a 2014. Base gerada em junho de 2014

A data de referência deste estudo é **Dezembro/2014**.

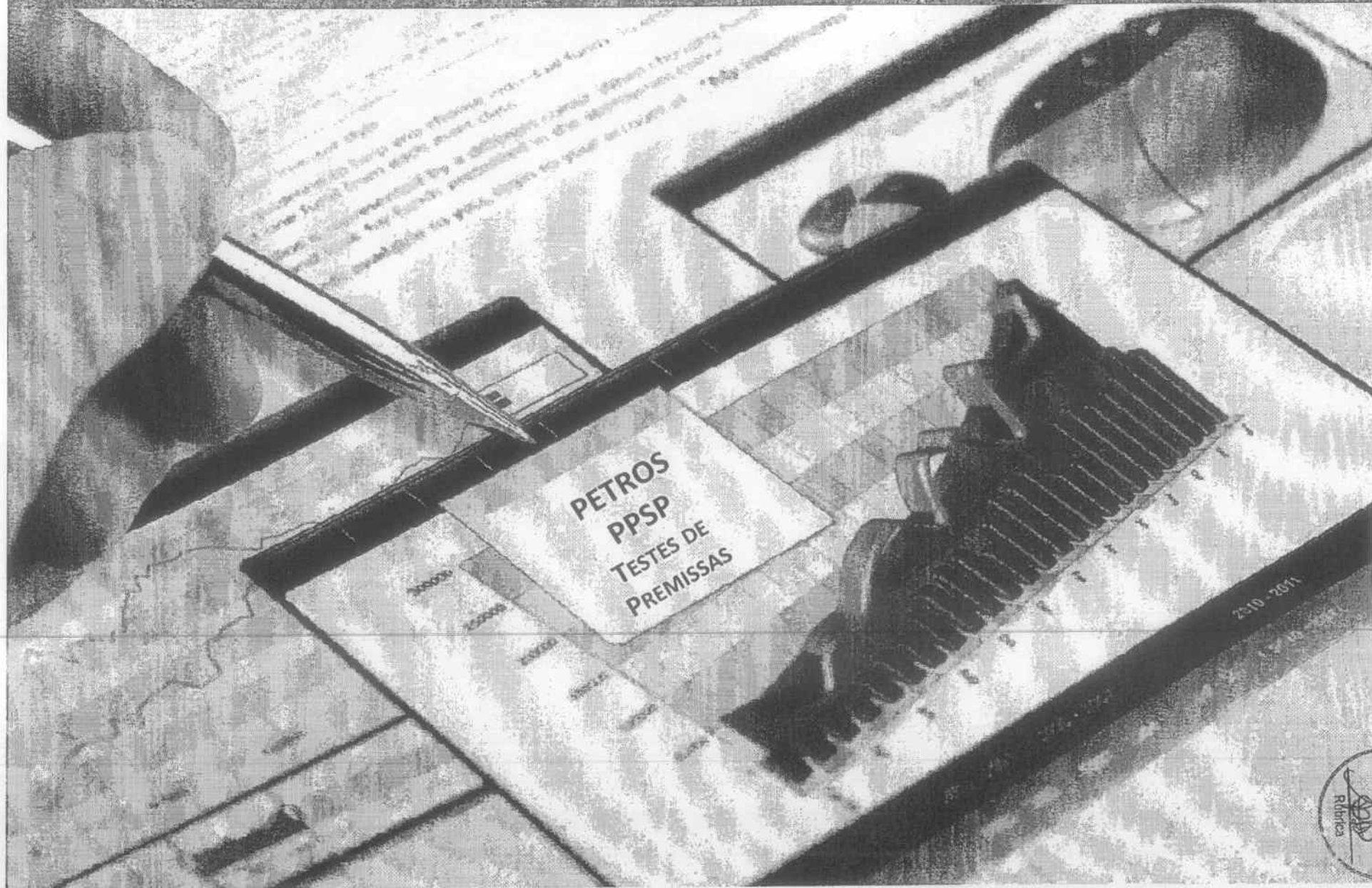


Estrutura da apresentação dos resultados

Além deste capítulo introdutório, este relatório é composto ainda pelos seguintes capítulos:

- 1 – **Sumário dos resultados:** apresentação de quadro resumo com a conclusão quanto a aderência de cada premissa testada;
- 2 – **Detalhamento analítico dos resultados:** apresentação de quadros analíticos, detalhando as estatísticas dos testes realizados, análise e interpretação dos resultados dos testes para cada premissa apresentada no sumário dos resultados;
- 3 – **Detalhamento metodológico:** apresentação dos principais aspectos metodológicos empregados na realização do estudo.

1 | SUMÁRIO DE RESULTADOS



1 | SUMÁRIO DE RESULTADOS

1.1 - Quadro Resumo das premissas analisadas

Premissas atuariais	Critério atual	Resultado do estudo
Premissas biométricas		
- <i>Mortalidade Geral</i>	AT-2000 segregada por sexo (-20%)	EX-PETROS 2013
- <i>Entrada em Invalidez</i>	TASA-1927	Manter premissa
- <i>Mortalidade de inválidos</i>	Winklevoss (-20%)	AT-49 M (+10%)
Premissas demográficas		
- <i>Rotatividade anual</i>	0,0%	Manter premissa
Premissas econômico-financeiras		
- <i>Crescimento real de benefícios</i>	0,0%	Manter premissa
- <i>Crescimento real de salários</i>	1,761%	Manter premissa

1 | SUMÁRIO DE RESULTADOS

1.2 - Conjunto de hipóteses recomendado

Premissas atuariais	Hipótese recomendada
Premissas biométricas	
- <i>Mortalidade Geral</i>	EX-PETROS 2013
- <i>Entrada em invalidez</i>	TASA-1927
- <i>Mortalidade de inválidos</i>	AT-49 M (+10%)
Premissas demográficas	
- <i>Rotatividade</i>	Nula (0,0%/Ano)
Premissas econômico-financeiras	
- <i>Crescimento real de benefícios</i>	0,0%
- <i>Crescimento real de salários</i>	1,761%



2.1.1 Mortalidade Geral

Premissa atual

AT-2000 segregada por sexo (-20%)

Outras premissas testadas (segregadas por sexo)

AT-83

AT-2000 (-10%)

AT-2000

BR-EMSsb-2010

EX-PETROS 2013 (experiência PETROS)

GAM-94

GR-95

RP-2000

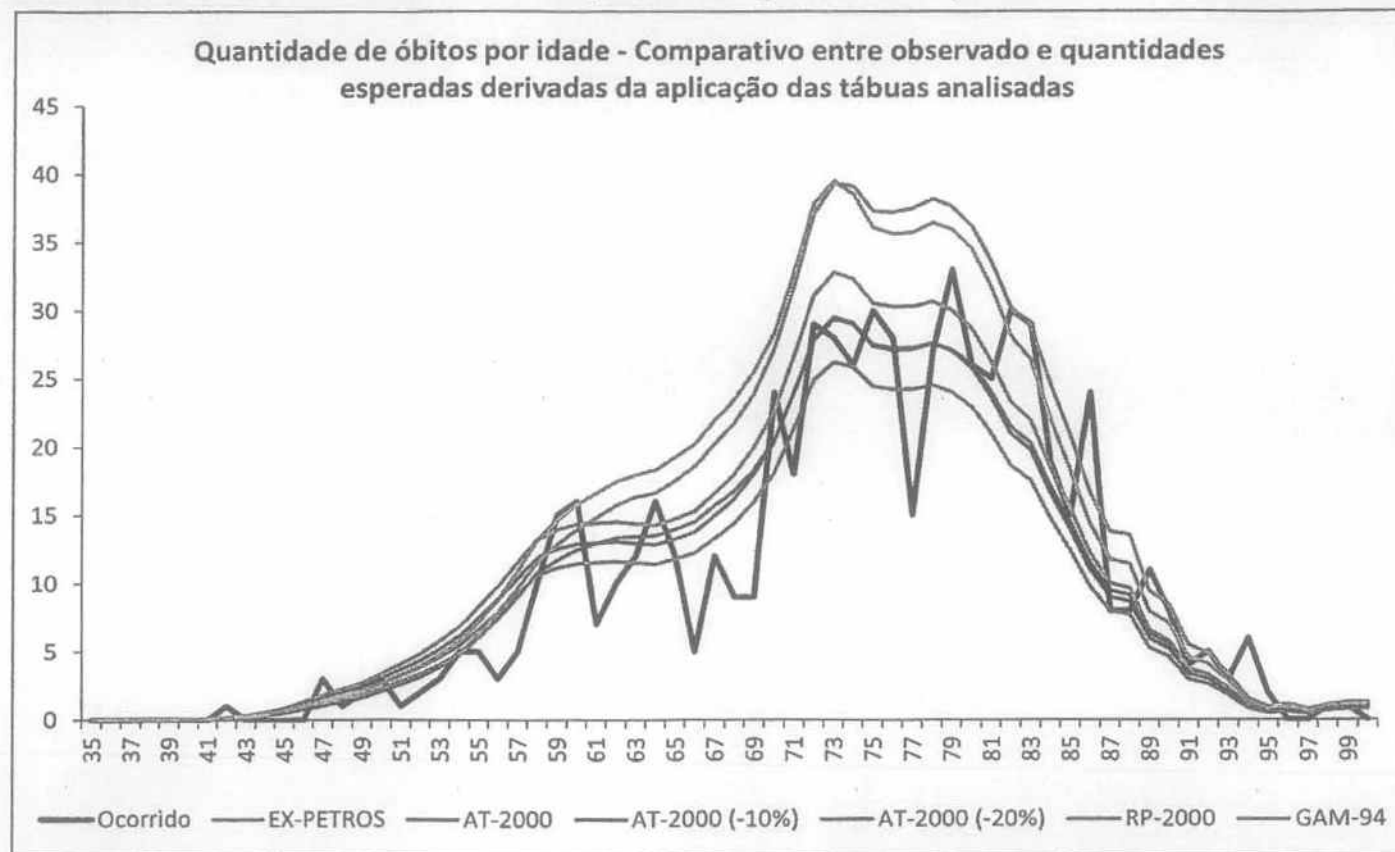
UP-94



2.1.1 | RESULTADOS MORTALIDADE GERAL

Análise gráfica dos resultados

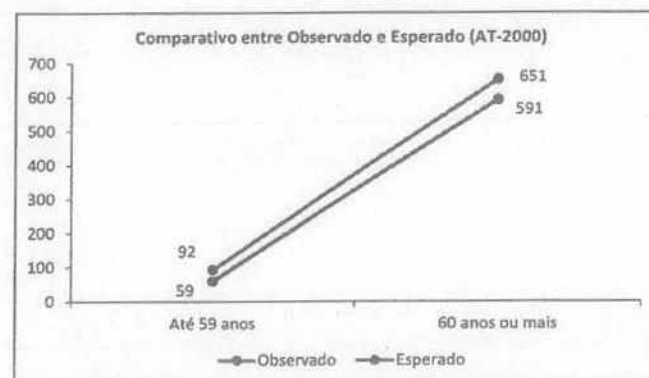
Mortalidade Geral – Gráficos comparativos por idade, período 2011-2013



2.1.1 | RESULTADOS MORTALIDADE GERAL

Análise gráfica dos resultados

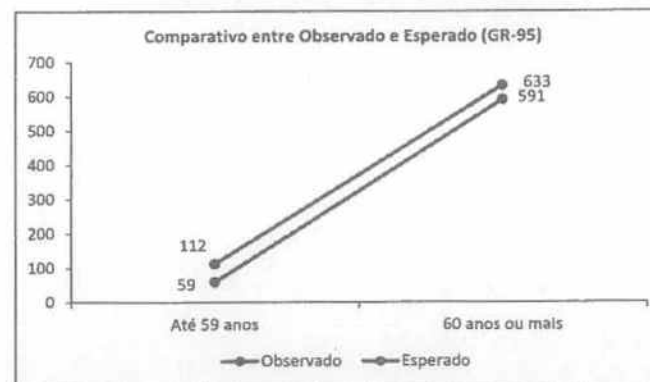
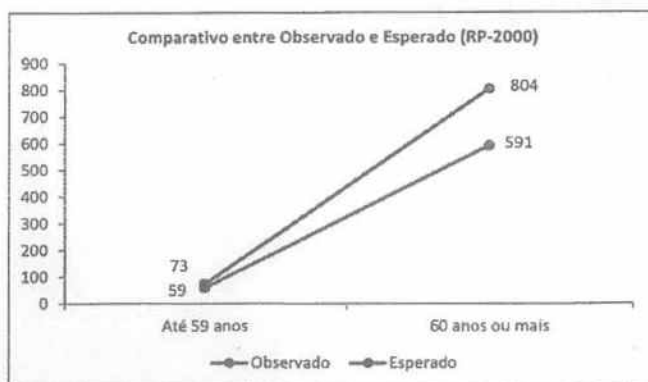
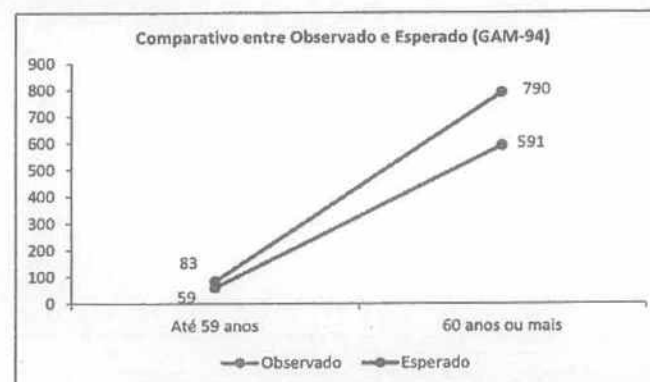
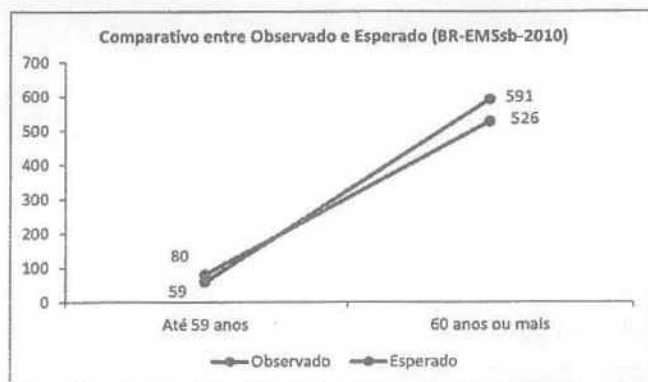
Mortalidade Geral – Gráficos comparativos por faixas etárias dicotômicas



2.1.1 | RESULTADOS MORTALIDADE GERAL

Análise gráfica dos resultados

Mortalidade Geral – Gráficos comparativos por faixas etárias dicotômicas



2.1.1 | RESULTADOS MORTALIDADE GERAL

Quadro 2.1.1 - Resumo Estatístico dos Testes
Mortalidade Geral

Tábuas testadas (segregadas por sexo)	Frequência esperada	Teste Z		Teste K-S		Teste X ²		p(Bin)
		Z _{calc}	p-valor	D _{calc}	D _{critico}	X ² _{calc}	p-valor	
AT-83	834,0	-6,43	0,0000	1	1	1	1	1
AT-2000	743,0	-3,44	0,0003	1	1	1	1	1
AT-2000 (-10%)	668,7	-0,73	0,2330	0,0911	0,0898	40,6	0,0000	0,96
AT-2000 (-20%)	594,4	2,29	0,9891	0,0911	0,0925	50,2	0,0000	0,94
BREMSsb-2010	606,6	1,77	0,9618	0,1133	0,0920	68,4	0,0000	0,94
Ex-PETROS 2013	665,1	-0,59	0,2781	0,0767	0,0899	33,6	0,0004	0,96
GAM-94	873,2	-7,62	0,0000	1	1	1	1	1
GR-95	744,8	-3,50	0,0002	1	1	1	1	1
RP-2000	876,8	-7,73	0,0000	1	1	1	1	1
UP-94	939,0	-9,52	0,0000	1	1	1	1	1
Frequência observada de eventos	650	Período de análise: 2011-2013 (últimos 3 exercícios completos)						
Nível de significância dos testes Z	0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância						
Teste K-S	Rejeita-se a aderência quando D _{calc} >D _{critico}							
Medida de ajustamento X ²	Quanto menor for a medida X ² _{calc.} , melhor deve ser o nível de aderência da tábua testada para a experiência observada.							
p(Bin): probabilidade binomial	Proporção de pontos da curva que podem ser considerados aderentes a tábua testada. Pode-se entender essa medida como a probabilidade da tábua ser aderente às características observadas							

¹ Medida não calculada quando a tábua é rejeitada pelo teste Z de proporção

Análise dos resultados Mortalidade Geral

O conjunto de testes aplicados para análise de aderência de tábuas de mortalidade geral, apresentados nos quadros 2.1.1, sugere as seguintes conclusões, de acordo com a metodologia apresentada no capítulo 3 deste relatório:

1 – A partir da análise do teste Z para totais esperados (teste de proporção), há evidências de não aplicabilidade das tábuas AT-83, AT-2000, GAM-94, GR-95, RP-2000 e UP-94. No período amostrado houve registro de 650 falecimentos no Grupo de Não Repactuados. Os totais esperados para o mesmo período, derivados da aplicação dessas tábuas à massa estimada de expostos resulta em quantidades esperadas significativamente superiores à experiência observada, conforme pode ser observado na coluna “Frequência esperada”, do quadro 2.1.1., complementado pelo resultado do teste Z (Quando p-valor é inferior a 0,05 conclui-se que a quantidade observada é significativamente superior à esperada. O contrário conclui-se que a diferença constatada é inexpressiva). A análise gráfica, apresentada acima, ilustra graficamente essa situação. É possível observar que as quantidades esperadas estão acima das quantidades observada, principalmente nos gráficos por faixas etárias dicotômicas.

2 – Em acordo com a metodologia deste estudo, uma premissa deve ser rejeitada quando ambos os testes (K-S e X^2) evidenciarem a rejeição da mesma. Entre as tábuas cuja aplicabilidade não é rejeitada pelo teste Z, por apresentarem quantidades esperadas totais significativamente superiores à quantidade observada de eventos, as tábuas EX-PETROS 2013 e AT-2000 (-20%) segregada por sexo não são rejeitadas pelo teste K-S de aderência.

3 – De acordo com o teste de aderência K-S, não há evidências significativas para a rejeição da aderência da atual premissa de mortalidade geral, AT-2000 segregada por sexo desagravada em 20%, para o Grupo de Não Repactuados do Plano PPSP. No entanto, pode-se verificar no quadro 2.1.1 que a tábua EX-PETROS apresenta evidência de melhor adequação à experiência de mortalidade da Entidade, derivando em menor medida X^2 e quantidade esperada mais próxima da quantidade total observada. Essa constatação é complementada pela análise gráfica apresentada nas páginas anteriores, onde observa-se um menor descolamento entre observado e esperado, principalmente nos gráficos comparativos por faixa etária.

2.1.1 | RESULTADOS MORTALIDADE GERAL

Conclusões e sugestões Mortalidade Geral

Dada a exposição estimada e a taxa de eventos observada no período amostrado (2011-2013), não houve evidências estatísticas suficientes para a rejeição da aderência da tábua AT-2000 segregada por sexo desagravada em 20%, de acordo com testes de aderência K-S, para um nível de 5% de significância.

No entanto, observa-se a tábua EX-PETROS 2013 como sendo mais adequada à experiência do grupo analisado, uma vez que apresenta menor medida X^2 , além de derivar em quantidade esperada de eventos muito similar à quantidade total de eventos observados.

Assim, sugere-se a adoção da tábua EX-PETROS 2013 como premissa de mortalidade geral para o Plano PPSP – Grupo de Não Repactuados.

2.1.2 Entrada em Invalidez

Premissa atual
TASA-1927

Outras premissas testadas

Álvaro Vindas

Hunter's

IAPB Fraca

Light Fraca

Light Média

RRB-44 modificada

2.1.2 | RESULTADOS ENTRADA EM INVALIDEZ

**Quadro 2.1.2 - Resumo Estatístico dos Testes
Entrada em Invalidez**

Tábuas testadas	Frequência esperada	Teste Z		Teste K-S		Teste X ²		p(bin)
		Z _{calc}	p-valor	D _{calc}	D _{critico}	X ² _{calc}	p-valor	
Álvaro Vindas	38,1	4,38	0,9929	0,1855	0,3591	7,8	0,0493	¹
Hunter's	130,1	18,35	1,0000	0,1396	0,3076	88,6	0,0000	¹
IAPB-57 Fraca	78,0	11,88	1,0000	0,2009	0,3227	39,8	0,0000	¹
Light Fraca	68,7	10,01	1,0000	0,2555	0,3276	32,6	0,0000	¹
Light Média	123,6	17,58	1,0000	0,1647	0,3088	82,4	0,0000	¹
RRB-44 modificada	90,2	13,32	1,0000	0,2198	0,3177	51,2	0,0000	¹
TASA-1927	33,9	3,28	0,9696	0,1767	0,3674	5,4	0,1463	¹
Frequência observada de eventos	23	Período de análise: 2011-2013 - base de expostos: Ativos até 64 anos						
Nível de significância dos testes Z	0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância						
Teste K-S	Rejeita-se a aderência quando D _{calc} > D _{critico}							
Medida de ajustamento X ²	Quanto menor for a medida X ² _{calc.} , melhor deve ser o nível de aderência da tábua testada para a experiência observada.							
p(Bin): probabilidade binomial	Proporção de pontos da curva que podem ser considerados aderentes a tábua testada. Pode-se entender essa medida como a probabilidade da tábua ser aderente às características observadas							

¹ Medida não calculada quando a quantidade de eventos observada é inferior a 150

Análise dos resultados Entrada em Invalidez

O conjunto de testes aplicados para análise de aderência de tábuas de entrada em invalidez, apresentados nos quadros 2.1.2, sugere as seguintes conclusões, de acordo com a metodologia apresentada no capítulo 3 deste relatório:

1 – O teste Z para totais esperados não sugere restrições quanto às tábuas testadas. No período amostrado houve registro de 23 entradas em invalidez até a idade de 64 anos. Os totais esperados para o mesmo período, derivados da aplicação das tábuas à massa estimada de expostos resulta em quantidades esperadas superiores à experiência observada, conforme pode ser observado na coluna “Frequência esperada”, do quadro 2.1.2.

2 – Em acordo com a metodologia deste estudo, uma premissa deve ser rejeitada quando ambos os testes (K-S e X^2) evidenciarem a rejeição da mesma. Além disso, quando todas as tábuas são rejeitadas por ambos os testes, medidas adicionais como menor X^2 e maior medida $p[\text{Bin}]$ devem ser consideradas para auxiliar na decisão quanto a tábua mais aderente às características da massa analisada. Ambos os testes rejeitam a aderência das tábuas Light Fraca e RRB-44. As tábuas Álvaro Vindas, Hunter’s, IAPB-57 fraca, Light Média, Light Fraca e TASA-1927 não são rejeitadas pelo teste K-S de aderência, sendo que a tábua TASA-1927 também não é rejeitada pelo teste X^2 .

3 – A atual premissa, TASA-1927, não é rejeitada pelos testes de aderência K-S e X^2 . Além disso a tábua apresenta melhor medida X^2 e quantidade esperada de eventos mais compatível com a quantidade observada no grupo, quando comparado às demais tábuas analisadas. Assim, não há evidências significativas que levem à rejeição da aderência da atual premissa aplicada como tábua de entrada em invalidez para o grupo analisado.

2.1.2 | RESULTADOS ENTRADA EM INVALIDEZ

Análise dos resultados Entrada em Invalidez

Dada a exposição estimada e a taxa de eventos observada no período amostrado (2011-2013), **não houve evidências estatísticas** suficientes para a rejeição da aderência da tábua TASA-1927, a um nível de 5% de significância, de acordo com testes de aderência K-S e X^2 .

Assim, sugere-se a manutenção da tábua TASA-1927 como premissa de entrada em invalidez para o Grupo de Participantes Não Repactuados do Plano PPSP.

2.1.3 Mortalidade de Inválidos

Premissa atual
Winklevoss (-20%)

Outras premissas testadas

IAPC

MI-85

RP-2000 Dissabled

RRB-44

Winklevoss

AT-49

AT-49 (+10%)

AT-49 M (+10%)

AT-55

AT-83 Basic

2.1.3 | RESULTADOS MORTALIDADE DE INVÁLIDOS

**Quadro 2.1.3 - Resumo Estatístico dos Testes
Mortalidade de inválidos**

Tábua testada	Frequência esperada	Teste Z		Teste K-S		Teste X ²		p(Bin)
		Z _{calc}	p-valor	D _{calc}	D _{crítico}	X ² _{calc}	p-valor	
IAPC	157,9	-8,53	0,0000	1	1	1	1	2
MI-85	81,0	-2,94	0,0016	1	1	1	1	2
RP-2000 Disabled	97,2	-4,38	0,0000	1	1	1	1	2
RRB-44	143,1	-7,64	0,0000	1	1	1	1	2
Winklevoss	87,9	-3,59	0,0002	1	1	1	1	2
Winklevoss (-20%)	70,3	-1,86	0,0313	1	1	1	1	2
AT-49 por sexo	50,4	0,66	0,7463	0,2192	0,2653	12,2	0,0567	2
AT-49 por sexo (+10%)	55,4	-0,05	0,4788	0,2192	0,2589	10,7	0,0965	2
AT-49 M (+10%)	58,4	-0,45	0,3271	0,2092	0,2556	9,4	0,1531	2
AT-55	45,3	1,46	0,9284	0,2468	0,2729	19,1	0,0040	2
AT-83 Basic	41,7	2,08	0,9814	0,2816	0,2793	30,6	0,0000	2
Frequência observada de eventos	55	Período de análise: 2011-2013						
Nível de significância dos testes Z	0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância						
Teste K-S	Rejeita-se a aderência quando D _{calc} >D _{crítico}							
Medida de ajustamento X ²	Quanto menor for a medida X ² _{calc.} , melhor deve ser o nível de aderência da tábua testada para a experiência observada.							
p(Bin): probabilidade binomial	Proporção de pontos da curva que podem ser considerados aderentes a tábua testada. Pode-se entender essa medida como a probabilidade da tábua ser aderente às características observadas							

¹ Medidas não calculadas quando a rejeição da tábua é indicada pelo teste Z

² Medida não calculada quando a quantidade de eventos observada é inferior a 150

2.1.3 | RESULTADOS MORTALIDADE DE INVÁLIDOS

Análise dos resultados

Mortalidade de inválidos

O conjunto de testes aplicados para análise de aderência de tábuas de mortalidade de inválidos, apresentados nos quadros 2.1.3, sugere as seguintes conclusões, de acordo com a metodologia apresentada no capítulo 3 deste relatório:

1 – A partir da análise do teste Z para totais esperados (teste de proporção), há evidências de não aplicabilidade de todas as tábuas de mortalidade de inválido analisadas, a um nível de 5% de significância. No período amostrado houve registro de 55 falecimentos de inválidos no grupo de participantes não repactuados. Os totais esperados para o mesmo período, derivados da aplicação dessas tábuas à massa estimada de expostos resulta em quantidades esperadas totais significativamente superiores à experiência observada, conforme pode ser observado na coluna “Frequência esperada”, do quadro 2.1.3, complementado pela análise do p-valor do teste Z (Quando p-valor é inferior a 0,05 conclui-se que a quantidade observada é significativamente superior à esperada. O contrário conclui-se que a diferença constatada é inexpressiva).

2 – Em acordo com a metodologia deste estudo, uma premissa deve ser rejeitada quando ambos os testes (K-S e X^2) evidenciarem a rejeição da mesma. Dessa forma, podem ser consideradas adequadas à experiência de mortalidade de inválidos da entidade todas as demais tábuas, exceto a AT-83 Basic, a qual é rejeitada por ambos os testes. Ressalta-se ainda que as tábuas AT-49 por sexo (+10%) e AT-49 M (+10%) apresentam aplicabilidade evidenciada por ambos os testes (K-S e X^2).

3 – A atual premissa, Winklevoss (-20%), apresenta evidências de não adequação à experiência observada por derivar em quantidade esperada significativamente superior à quantidade observada de eventos, assim como todas as demais tábuas específicas de mortalidade de inválidos. Dessa forma, acrescentou-se à análise outras tábuas contempladas no rol de tábuas publicadas pelo Instituto Brasileiro de Atuária - IBA. Entre essas, a tábua AT-49 M (+10%) derivou na melhor medida de ajuste, apresentando a menor medida X^2 (9,4), apesar de derivar uma quantidade esperada ligeiramente superior ao observado (deve-se observar que segundo o teste Z essa diferença não é significativa e deve ser desprezada).

2.1.3 | RESULTADOS MORTALIDADE DE INVÁLIDOS

Conclusões e sugestões

Mortalidade de inválidos

Dada a exposição estimada e a taxa de eventos observada por idade no período amostrado (2011-2013), houve evidências estatísticas significativas, a um nível de significância de 5%, para a rejeição da aderência da tábua Winklevoss (-20%) aplicada como premissa de mortalidade de inválidos para o Grupo de Não Repactuado do Plano PPSP.

Dessa forma, sugere-se a adoção da tábua AT-49 M (+10%) como premissa de mortalidade de inválidos para o Grupo de Participantes Não Repactuados do Plano PPSP, justificável por ser a tábua que derivou nas melhores medidas de ajuste estatístico, conforme análises apresentadas.

2.2.1 Taxa de rotatividade

Premissa atual
Rotatividade nula (0%)

2.2.1 | RESULTADOS TAXA DE ROTATIVIDADE

Quadro 2.2.1 - Resumo Estatístico dos Testes

Taxa de rotatividade anual por desligamento

Patrocinadora/Plano	Rotatividade esperada	Rotatividade Observada	Z _{calc}	p-valor	LI (95%)	LS (95%)	Conclusão
PPSP não repactuado	0,00%	0,06%	1,485	0,06873	0,00%	0,13%	Aderência NÃO REJEITADA
Nível de significância do teste Z		0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância				
Interpretação Intervalo de Confiança (IC)	Limite inferior de confiança deve ser entendido como premissa mínima aceitável para a experiência observada						
Período de análise	2011-2013						

Conclusões e sugestões

Taxa de Rotatividade anual por desligamento

A partir da análise das estimativas para a taxa média de rotatividade anual observada no período amostrado, 2011 a 2013, **não houve evidências estatísticas significativas para a rejeição da aderência da premissa de rotatividade nula para os Não Repactuados do Plano PPSP.**

Assim, sugere-se a manutenção da taxa de 0,0% para a premissa de rotatividade por desligamento para o Grupo de Não Repactuados do Plano PPSP.

2.3.1 Crescimento Real de Benefício

Premissa atual
0,0%/Ano

2.3.1 | RESULTADOS CRESCIMENTO REAL DE BENEFÍCIO

**Quadro 2.3.1 - Resumo Estatístico dos Testes
Crescimento Real de Benefício**

Patrocinadora/Plano	Cresc. Benef. Esperado	Cresc. Benef. Observado	Z _{calc}	p-valor	LI (95%)	LS (95%)	Conclusão
PPSP não repactuado	0,00%	0,59%	0,725	0,23416	0,00%	1,91%	Aderência NÃO REJEITADA
Nível de significância do teste Z	0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância					
Interpretação Intervalo de Confiança (IC)	Limite inferior de confiança deve ser entendido como premissa mínima aceitável para a experiência observada						
Período de análise	2010-2013						

Conclusões e sugestões

Crescimento Real de Benefício

A partir da análise das estimativas médias para a taxa média de crescimento de benefício observada no período amostrado, 2010 a 2013, **não houve evidências estatísticas significativas para a rejeição da aderência da premissa de crescimento real de benefícios nulo para os Não Repactuados do Plano PPSP.**

Assim, sugere-se a manutenção da taxa de 0,0% para a premissa de crescimento real de benefício para o Grupo de Não Repactuados do Plano PPSP.

2.3.2 Crescimento Real de Salário

Premissas atuais e proposições ¹

Petrobras atual: 1,981%/Ano

Petrobras proposição: 1,761%/Ano

¹ **Premissa atual: premissa em vigor, utilizada na avaliação atuarial 2013**

Premissa proposição: premissa proposta para avaliação atuarial 2014

2.3.2 | RESULTADOS CRESCIMENTO REAL DE SALÁRIO

Quadro 2.3.2 - Resumo Estatístico dos Testes
Crescimento Real de Salário

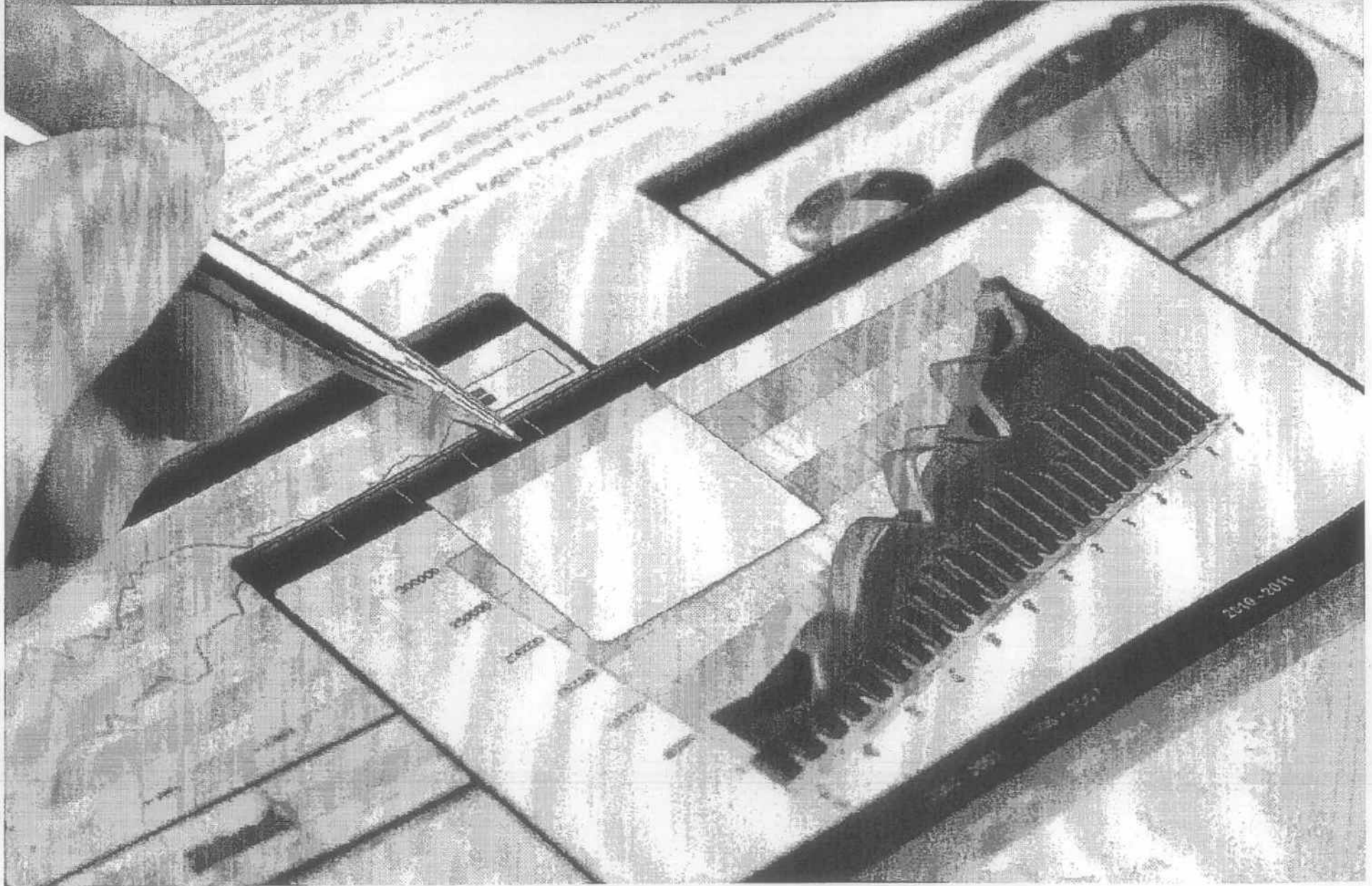
Premissa	Cresc. Sal. Esperado	Cresc. Sal. Observado	Z _{calc}	p-valor	LI (95%)	LS (95%)	Conclusão
Atual - avaliação de 2013	1,981%	1,49%	-0,439	0,66961	0,00%	3,32%	Aderência NÃO REJEITADA
Proposição para 2014	1,761%	1,49%	-0,242	0,59565	0,00%	3,32%	Aderência NÃO REJEITADA
Nível de significância do teste Z	0,050	Rejeita-se a aderência quando p-valor do teste for menor que o nível de significância					
Interpretação Intervalo de Confiança (IC)	Limite inferior de confiança deve ser entendido como premissa mínima aceitável para a experiência observada						
Período de análise	2012-2014						

Conclusões e sugestões Crescimento Real de Salário

A partir da análise das estimativas médias para a taxa de crescimento real de salário observada no período amostrado, 2012 a 2014, não houve evidências estatísticas significativas para a rejeição da aderência da premissa de 1,761%, proposição indicada pela patrocinadora, para o crescimento real de salários do Plano PPSP – Grupo de Não Repactuados.

Assim, possibilita-se a adoção da taxa de 1,761% para a premissa de crescimento real de salários para o Grupo de Não Repactuados do Plano PPSP.

3 | ASPECTOS METODOLÓGICOS



Base metodológica dos testes de hipóteses

A metodologia para testes de aderência de premissas desenvolvida pela **Mirador Atuarial** envolve um conjunto de técnicas de testes de hipótese e medidas de ajuste, embasados em métodos de estatística inferencial.

A teoria da probabilidade é a base sobre a qual toda a estatística inferencial é desenvolvida, fornecendo um meio para modelar populações, experimentos ou qualquer processo que possa ser considerado como um fenômeno aleatório. O objetivo das técnicas de inferência estatística envolve a estimação de parâmetros e testes sobre esses parâmetros a partir da observação de parte de um processo (amostra), buscando conclusões para o processo como um todo (população).

Resumidamente, pode-se definir um teste de hipótese como uma **regra de decisão para rejeitar ou não rejeitar** uma hipótese com base em elementos amostrais.

Esse caráter amostral do processo observado envolve o entendimento de uma diversidade de definições, tais como nível de confiança e significância, erro amostral, tipos de erro, estatísticas de teste e p-valor. Importante salientar também, decorrente das definições axiomáticas da teoria geral da probabilidade, o significado intuitivo dos termos “Rejeitar” ou “Não rejeitar” a aderência de uma premissa.

Assim, “**não rejeitar**” uma premissa equivale a concluir que **não há evidências** suficientes, dada a **experiência amostral observada**, de que a premissa não possa ser considerada aderente. Intuitivamente, **não rejeitar** uma premissa equivale a concluir, dentro de uma margem de confiança estipulada, que as **diferenças entre valores observados e esperados pela premissa não se constituem em diferenças estatisticamente significativas**, dada a significância escolhida, o **tamanho amostral observado** e as **características da massa** no período amostrado.

Por outro lado, “**rejeitar**” uma premissa equivale a concluir que, dada a **experiência amostral observada**, houve evidências suficientes para concluir que a premissa **deve ser considerada não aderente**, dentro de uma margem de confiança estipulada, dada a significância escolhida, e as características da massa no período amostrado.



Pelo termo “houve evidências suficientes” entende-se que a amostra observada, independente de sua magnitude, é suficiente para se concluir a cerca da hipótese testada. Assim, a preocupação quanto a quantidade de eventos ocorridos ou esperados deve ser restrita apenas ao atendimento das suposições mínimas para validação dos testes estatísticos. Uma vez atendida as suposições necessárias para aplicabilidade dos testes, a amostra deve ser considerada suficiente para a validação dos resultados.

Além disso, deve-se buscar também o entendimento de que o sentido de “aderência” de uma tábua biométrica não deve estar resumido apenas à comparação anual entre totais observados e totais esperados. O sentido da aderência deve ser mais amplo, abrangendo a comparação da ocorrência observada e esperada de eventos ao longo de toda a curva de mortalidade, e não apenas em torno de sua esperança matemática. Corroborando nesse sentido o texto da resolução MPS/CNPC nº 09, em seu item 4.5, pelo qual entende-se por aderência a *“conformidade decorrente da confrontação entre as probabilidades de ocorrência de morte ou invalidez constantes da tábua biométrica utilizada em relação àquelas constatadas junto à massa de participantes e assistidos”*.

A própria definição estatística dos testes de aderência diz que *“uma técnica é do tipo aderência no sentido de que ela pode ser usada para testar se existe uma diferença significativa entre um número observado de eventos, em cada categoria, e um número esperado de eventos baseado na hipótese nula.”* (SIEGEL, 2006).

Isso significa que o estudo deve se constituir em uma análise detalhada das taxas estimadas de ocorrência por idade, ou por faixas etárias, o que equivale a analisar a aderência da distribuição observada ao longo de toda a curva da tábua biométrica.

Nesse sentido, a literatura especializada em Estatística oferece um variado número de técnicas para análise de aderência entre distribuições, cada qual com sua eficiência, poder, suposições e pré-requisitos para aplicabilidade, de tal forma que não é possível definir a uma melhor técnica de análise para aderência de premissas. Dessa forma não é possível aplicar uma única técnica para todos os casos analisados, pois cada técnica pode ser melhor ou pior quanto a sua eficiência de acordo com as características da massa analisada.

3.1 | PRINCÍPIOS GERAIS

Assim, a **Mirador Atuarial** desenvolveu em sua metodologia uma **combinação de técnicas de aderência e testes estatísticos**, objetivando usufruir dos pontos fortes que cada técnica apresenta, de acordo com cada situação, e dessa forma garantir uma melhor eficiência e maior credibilidade nos resultados obtidos.

Os testes estatísticos de aderência mais amplamente conhecidos e utilizados são os testes Qui-quadrado (X^2) e *Kolmogorov-Smirnov* (K-S). Ambos os testes possuem vantagens e desvantagens quanto a sua aplicação, de tal forma que uma combinação de ambos pode ser a melhor solução para conclusões mais eficazes para os testes de aderência de premissa.

Como regra prática, o teste X^2 apresenta menor poder para testes de aderência quando o número de eventos observados for inferior a 30 (valores próximos ainda são aceitáveis), e quando mais de 20% das classes possui frequência esperada inferior a 5, ou seja, além de um número de eventos mínimo, é necessário que a massa de expostos seja tal que a segunda suposição também seja satisfeita.

Por outro lado, para quantidades de eventos superiores a 200, o teste torna-se extremamente sensível, pois o mesmo exige que, quanto maior for o tamanho amostral, menor deverá ser os desvios entre esperado e observado para que a premissa não seja rejeitada. Além disso, é desejável nesses casos que as categorias apresentem quantidades esperadas entre 6 e 10 eventos. No caso da aplicação do teste em análise de premissas, essa condição dificilmente é observada quando a quantidade de eventos for superior a 150.

Nestes casos, onde o teste X^2 possui sua aplicabilidade prejudicada devido a não observância de seus pressupostos básicos, ou em casos em que seu poder fica prejudicado, conforme explanado nos parágrafos a cima, o teste de *Kolmogorov-Smirnov* (K-S) surge como alternativa.

No entanto, assim como o teste X^2 , o teste K-S também apresenta suas vulnerabilidades. Se por um lado esse teste apresenta algumas vantagens em relação ao teste X^2 , basicamente em ser aplicado para pequenas amostras e por não necessitar de agrupamento dos dados em classes, por outro lado o teste K-S exige distribuições teóricas completamente especificadas e independentes da amostra observada. Isso não ocorre em testes de aderência, pois a distribuição dos valores esperados de eventos por idade é obtida aplicando-se as probabilidades das tábuas de mortalidade sobre a exposição observada na massa analisada. Ou seja, depende da massa de expostos (amostra).



A consequência prática desse ponto fraco do teste K-S é que o mesmo tende a ser excessivamente “bondoso”, raramente rejeitando a hipótese nula (de aderência), principalmente nos casos de quantidades reduzidas de eventos. Assim, é prudente não se basear apenas nesse teste, sob o risco de incorrer no denominado erro do tipo II em testes de hipótese (não rejeitar uma hipótese falsa).

Além dos testes de aderência, é bastante útil a aplicação do teste Z de comparação entre o total observado e o total esperado de eventos. O teste Z para proporção é aplicado para testar se a proporção observada de eventos pode ser igual a proporção esperada, o que equivale a concluir estatisticamente se a quantidade total de eventos esperada pela tábua aplicada pode ser igual a quantidade total de eventos observada no período definido para análise.

Apesar da simples comparação entre totais observados e esperados não ser considerada como definitiva para se rejeitar ou não rejeitar uma premissa, pois conforme já mencionado, o sentido de aderência deve ser compreendido como um processo ao longo de toda a distribuição da tábua testada, a comparação testada pelo teste Z se constitui em uma primeira filtragem para a adequação das tábuas testadas. É possível concluir pela não adequação de uma tábua quando o teste Z indicar quantidade esperada de eventos significativamente superior ao observado (no caso de mortalidade), ou quando o mesmo indicar quantidade esperada de eventos significativamente inferior ao observado (no caso de entrada em invalidez).

Nas páginas seguintes é apresentado de forma mais detalhada os procedimentos de análise para cada tipo de premissa analisada, assim como as definições matemáticas dos testes aplicados em cada caso.

3.2 | METODOLOGIA PREMISSAS BIOMÉTRICAS

A análise de premissas biométricas consiste na testagem de hipóteses de aderência das tábuas de **mortalidade geral**, **entrada em invalidez** e **mortalidade de inválidos**. Outras tábuas, como por exemplo, tábuas de comorbidades ou tábuas de rotatividade também podem ser analisadas com a utilização dessa metodologia.

A metodologia de testes de aderência de tábuas biométricas, desenvolvida pela Mirador Atuarial, é composta por três etapas distintas:

Etapas 1: Estimativas de probabilidade de ocorrência do evento de interesse por idade (mortalidade geral, mortalidade de inválidos e entrada em invalidez);

Etapas 2: Aplicação de testes de hipótese de aderência para definir as premissas que podem ser consideradas adequadas à experiência observada;

Etapas 3: Análise dos resultados dos testes de hipótese e conclusões sobre a aderência.

Nas páginas seguintes é apresentado o detalhamento de cada uma dessas etapas na análise de premissas biométricas.



Etapa 1**Estimativas de probabilidade**

Estimação das probabilidades de ocorrência dos eventos de interesse (mortalidade, entrada em invalidez, mortalidade de inválidos), por idade ou faixas etárias, através do método frequentista de probabilidade, pelo qual a probabilidade de um evento qualquer é dada por:

$$P_x = \frac{y_x}{Y_x}$$

Onde:

P_x é a taxa estimada de ocorrência para a idade x , ou faixa etária x ;

y_x é o número de eventos ocorridos no período observado, na idade x ;

Y_x é a exposição total no período analisado para a idade x . Sendo Y_x dado por: $Y_x = \sum_t^T \sum_{n=1}^N I_{n,t}$.

Onde I assume valores 0 ou 1, sendo 1 (um) quando no t -ésimo tempo o n -ésimo participante está exposto à ocorrência do evento de interesse no período t , e 0 (zero) se caso contrário.

Etapa 2

Testes de Hipótese – Teste Kolmogorov-Smirnov (K-S)

Hipótese testada: $\left\{ \begin{array}{l} H_0: F_0 = F_e \longrightarrow \text{A premissa é aderente} \\ H_1: F_0 \neq F_e \longrightarrow \text{A premissa não é aderente} \end{array} \right.$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (Além do nível de 5% de significância, é aceitável também a aplicação de 1%)

Estatística do teste: $D = \max |F_0(X_i) - S_N(X_i)|$ Onde F representa a distribuição acumulada esperada, e S representa a distribuição acumulada observada na massa analisada, em cada idade x .

Valor crítico: distribuição amostral tabelada conforme tamanho amostral, obtida através da adequação de Smirnov para quantidades esperadas e observadas diferentes, a partir da seguinte formulação: $D_{crit} = 1,63 * \sqrt{m+n/m+n}$, onde m representa a quantidade observada de eventos, e n a quantidade esperada pela aplicação da tábua testada. Em amostras inferiores a 150, o D_{crit} é calculado pela seguinte fórmula $D_{crit} = 1,36 * \sqrt{m+n/m+n}$

Regra de rejeição: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } D_{calc} > D_{crit} \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } D_{calc} \leq D_{crit} \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{array} \right.$



Etapa 2

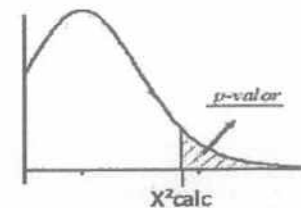
Testes de Hipótese – Teste Qui-quadrado (X^2)

Hipótese testada: $\left\{ \begin{array}{l} H_0: f_0 = f_e \longrightarrow \text{A premissa é aderente} \\ H_1: f_0 \neq f_e \longrightarrow \text{A premissa não é aderente} \end{array} \right.$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (5% de significância)

Estatística do teste: $X_{calc}^2 = \sum_{i=1}^I \frac{(f_{O_i} - f_{E_i})^2}{f_{E_i}}$

Cálculo do p-valor: $X_{calc}^2 \sim \chi^2(\delta) \longrightarrow$



Sendo δ graus de liberdade, dado pela quantidade de categorias menos 1; a quantidade de categorias deve ser tal que atenda as suposições do teste, apresentadas na página seguinte, e reflete a quantidade de eventos observada.

Regra de rejeição: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } p\text{-valor} \leq \alpha \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } p\text{-valor} > \alpha \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{array} \right.$

Etapa 2

Estatística Qui-quadrado (χ^2) – Suposições

A validação do p-valor do teste qui-quadrado de aderência requer os seguintes pressupostos:

- Proporção de classes com frequência esperada inferior a 5 não pode ser superior a 20%;
- Em cada classe, a frequência observada deve ser de pelo menos uma observação

Em grandes amostras o teste torna-se extremamente sensível, pois o mesmo exige que, quanto maior for o tamanho amostral, menor deverá ser os desvios entre esperado e observado para que a premissa não seja rejeitada. Além disso, é desejável nesses casos que as categorias apresentem quantidades esperadas entre 6 e 10 eventos. No caso da aplicação do teste em análise de premissas, essa condição dificilmente é observada quando a quantidade de eventos for superior a 150.

IMPORTANTE:

Quando as suposições observadas não estão satisfeitas, não se pode garantir que a estatística χ^2 convirja para uma distribuição de probabilidade qui-quadrado, comprometendo a obtenção do p-valor e, por consequência, inviabilizando a **conclusão do teste estatístico**. Importante salientar que este é o único prejuízo decorrente da não observação das suposições do teste qui-quadrado.

Dessa forma, mesmo que as suposições não estejam satisfeitas, a Estatística qui-quadrado ainda pode ser utilizada como uma medida de distância entre curvas, ou seja, medida de bom ajuste (conforme descrito na página seguinte), pois a fórmula matemática da estatística independe das suposições descritas a cima.



Etapa 2

Estatística Qui-quadrado (X^2) aplicada como medida de “Bom ajuste”

A lógica da medida de Qui-Quadrado, decorrente da formulação Matemática dessa Estatística, permite concluir que se a concordância entre uma curva esperada e uma curva observada é satisfatória, as diferenças entre ambas, medido na fórmula por $(f_O - f_E)$, serão pequenas e, em decorrência disso, o valor da estatística X^2 também será pequeno. Por outro lado, quão maior for a divergência entre uma curva esperada e uma curva observada, maiores serão as diferenças medidas por $(f_O - f_E)$ e, conseqüentemente, maior será o valor da estatística X^2 .

O caso extremo de aderência perfeita entre duas curvas (observado e esperado) seria um exemplo onde essas curvas são exatamente iguais. Assim teríamos que as diferenças medidas por $(f_O - f_E)$ seria zero, pois a diferença entre dois números iguais é zero. Neste exemplo a medida Qui-Quadrado também seria zero, ($0^2=0$; e a divisão de zero por qualquer número também é zero), e haveria perfeita aderência entre a curva observada e a curva esperada. **Assim, quanto menor for a estatística X^2 calculada, melhor é o nível de ajustamento dos dados observados com os valores esperados pela premissa testada.**

Essa constatação decorrente da formulação da estatística Qui-Quadrado é muito importante para auxiliar na escolha de uma nova tábua biométrica, quando a premissa atual é rejeitada, pois a mesma pode ser entendida como uma medida de distanciamento entre duas curvas. **Ressalvando os princípios atuariais, relacionados a prudencialidade e conservadorismo para a gestão da entidade em análise, uma nova premissa biométrica pode ser escolhida como sendo aquela que apresentar medida de Qui-Quadrado mais próxima de 0 (zero), que é a condição extrema de igualdade entre duas curvas.**

Etapa 2

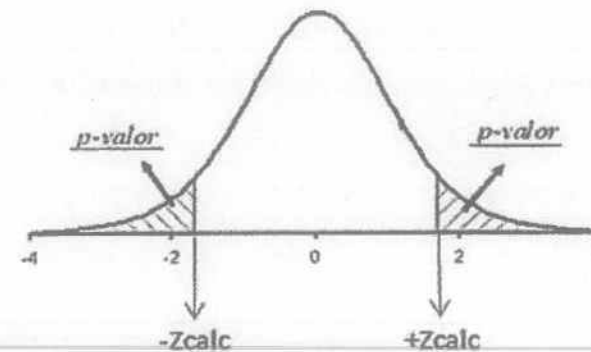
Testes de Hipótese – Teste para proporção

Hipótese testada: $\begin{cases} H_0: p = \pi & \longrightarrow \text{A premissa é aderente} \\ H_1: p \neq \pi & \longrightarrow \text{A premissa não é aderente} \end{cases}$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (5% de significância)

Estatística do teste:
$$Z_{calc} = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}}$$

Cálculo do p-valor: $Z_{calc} \approx N(0,1)$



Regra de rejeição: $\begin{cases} \text{Se } p\text{-valor} \leq \alpha \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } p\text{-valor} > \alpha \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{cases}$



Etapa 2**Testes de Hipótese – Binomial**

O teste Binomial, conforme definições apresentadas em Siegel (página 58), evidenciará se é razoável acreditar que as frequências de eventos observadas em cada idade na amostra analisada poderiam ter sido obtidas de uma população cuja taxa de eventos é o q_x dado pela tábua analisada.

Assim, em uma sequência de N expostos, a variável $Y = \sum_{i=1}^N x_i$ representa a quantidade de eventos de interesse observada, onde x assume os valores 1 (sucesso: ocorreu o evento) e 0 (fracasso: não ocorreu o evento).

Dessa forma, em uma idade qualquer, com quantidade N de expostos, a probabilidade de se obter a quantidade K de sucessos, será dado por:

$$P[Y = k] = \binom{N}{k} * p^k * 1 - p^{N-k}$$

Onde p representa o q_x da tábua biométrica testada para a idade x .

Então, para cada idade pertencente a amplitude de uma tábua biométrica (geralmente de 0 a 115 anos) e que apresenta massa exposta na amostra, observa-se a quantidade exposta (N), a quantidade de eventos Y , e calcula-se a probabilidade de se observar Y eventos em N expostos, dado o q_x das respectivas idades dados pela tábua analisada. A partir dessa probabilidade estimada, rejeita-se ou não rejeita-se o q_x daquela idade específica, a partir da probabilidade estimada pela fórmula acima.

Etapa 2

Adequação do teste binomial para obtenção de medida de “Bom ajuste”

Após a realização do teste Binomial para cada idade cuja exposição na massa analisada é superior a 1, têm-se a variável $B = \sum_x^{\omega} I_x$,

onde $I_x = \begin{cases} 1, & \text{se } q_x \text{ da tábua pode ser considerado aderente na idade } x \\ 0, & \text{se } q_x \text{ da tábua não pode ser considerado aderente na idade } x \end{cases}$

Assim, B representa a quantidade de pontos (idades x), cujo q_x dado pela tábua analisada pode ser considerado adequado à experiência observada. Dessa forma, a probabilidade da tábua ser considerada aderente à característica demográfica analisada será dada por:

$$P[\text{Bin}] = \frac{B}{X}$$

Onde X é a quantidade de pontos (idades), cuja massa de expostos é superior a 1.

A estimativa da probabilidade de aderência, dessa forma, pode ser entendida como sendo a proporção de pontos da curva que podem ser considerados aderentes a tábua testada. Ou seja, como o teste binomial, em sua concepção básica, fornece a probabilidade da amostra observada ser de uma população com os parâmetros especificados, de tal forma que podemos interpretar essa medida como sendo a probabilidade da tábua ser aderente às características observadas.

Como parâmetro de aceitabilidade, sabendo que probabilidade é um valor quantificável no intervalo (0;1), probabilidades superiores a 0,90 podem ser consideradas ótimas medidas de ajuste; probabilidades superiores a 0,80 podem ser consideradas como sendo boas medidas de ajuste; e probabilidades superiores a 0,70 podem ser consideradas aceitáveis para a não rejeição de uma tábua biométrica. Medidas inferiores a 0,70 devem levar a conclusão de não aplicabilidade da tábua testada.



Etapa 3

Análise dos resultados

A análise de premissas biométricas, a partir do exposto a cima quanto às peculiaridades de cada teste estatístico, é realizada a partir da aplicação e análise do seguinte conjunto metodológico:

1º - Aplicação do teste Z para rejeitar tábuas de mortalidade que apresentarem total esperado de eventos significativamente superior ao total observado. No caso de tábuas de entrada em invalidez, o teste deverá rejeitar as tábuas que apresentarem total esperado de eventos significativamente inferior ao total observado. Essa primeira filtragem de premissas se baseia nos pressupostos atuariais de proteção e conservadorismo para a gestão do plano.

2º - Nas tábuas não rejeitadas pelo teste Z, aplicação de testes de aderência, observando as seguintes situações, de acordo com a quantidade de eventos observada:

- **Quantidade de eventos superior a 150:** teste de aderência Kolmogorov-Smirnov (K-S) e Teste χ^2 de aderência; como medida de bom ajuste (*goodfitness*) aplica-se a medida qui-quadrado e probabilidades do teste Binomial;

- **Quantidade de eventos inferior a 150:** teste de aderência Kolmogorov-Smirnov (K-S) e teste de aderência χ^2 , observando os pressupostos de aplicabilidade de ambos os testes; como medida de bom ajuste (*goodfitness*) aplica-se a medida qui-quadrado;

Etapa 3

Análise dos resultados

3ª - Após aplicação dos testes das etapas anteriores, observar as situações a e b abaixo:

- a) A premissa atualmente utilizada como parâmetro para os testes não foi rejeitada pelos testes de aderência (K-S e X^2). Neste caso conclui-se pela manutenção da premissa atualmente utilizada; **IMPORTANTE:** uma premissa deve ter sua aderência rejeitada quando ambos os testes indicarem essa situação.

- b) A premissa atualmente utilizada como parâmetro para os testes foi rejeitada por ambos os testes de aderência (K-S e X^2) e, além disso, apresenta medida de probabilidade de aderência inferior a 0,70. Neste caso observar as situações b1 e b2:
 - b1) Mesmo rejeitada por testes estatísticos, se a atual premissa atende a pressupostos atuarias quanto a aspectos prudenciais e de conservadorismo para a gestão do plano, verificar a possibilidade de manutenção da mesma;
 - b2) Caso b1 não se verifique, escolher uma nova premissa, de acordo com medidas de bom ajuste (qui-quadrado ou probabilidade de aderência P(Bin)).



Etapa 3

Análise dos resultados

IMPORTANTE:

Conforme já discorrido nas páginas anteriores, destacando-se os princípios gerais das técnicas estatísticas de testes de hipóteses, assim como as suposições que devem ser verificadas para a correta interpretação dos resultados dos testes, é importante salientar a enorme sensibilidade desses testes ao tamanho da amostra observada, ou a quantidade de eventos observados no período amostrado.

Amostras muito grandes tendem a ser sensíveis a qualquer desvio que possa ser observado, levando os testes a rejeitar todas as tábuas em análise. Por outro lado, amostras muito pequenas não conseguem ser suficientes para discriminar de forma significativa as diferenças existentes entre as tábuas biométricas, levando os testes a não rejeitar todas as tábuas em análise.

Nessas situações, ou de rejeição ou de não rejeição de todas as tábuas por parte dos testes específicos de aderência (K-S e X^2), é importante observar para a definição ou escolha de uma tábuas aspectos relacionados as seguintes medidas, por ordem de importância:

- Menor medida X^2 ;
- Maior medida de proporção da curva que pode ser admitida como aderente ($p[\text{Bin}]$); e
- Frequência esperada derivada da aplicação da tábua mais próxima da quantidade observada de eventos.

3.3 | METODOLOGIA PREMISSAS DEMOGRÁFICAS

O conjunto de premissas demográficas é composto pelas suposições de composição familiar, mais especificamente as premissas percentual de casados, diferença média de idade entre cônjuges, rotatividade e idade de entrada em aposentadoria. De uma forma geral, a análise de premissas demográficas é composta por duas etapas distintas:

Etapa 1: análise de dados para cálculo de estimativas de médias e proporções, assim como estimativas intervalares e aplicação de teste de hipótese para analisar se as premissas utilizadas podem ser consideradas adequadas à experiência observada;

Etapa 2: Análise dos resultados dos testes de hipótese e conclusões sobre a aderência.

Nas páginas seguintes é apresentado o detalhamento de cada uma dessas etapas na análise de premissas demográficas.



Etapa 1

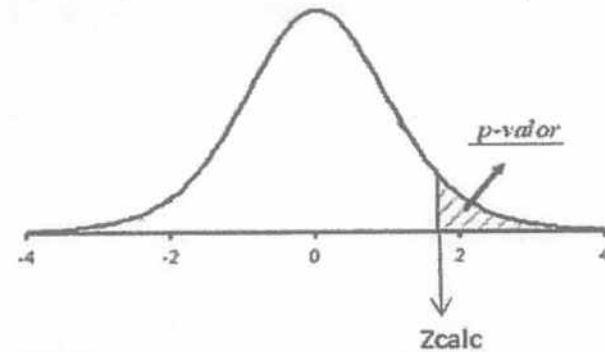
Testes de Hipótese – Teste para proporção

Hipótese testada: $\begin{cases} H_0: p \leq \pi & \longrightarrow & \text{A premissa é aderente} \\ H_1: p > \pi & \longrightarrow & \text{A premissa não é aderente} \end{cases}$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (5% de significância)

Estatística do teste:
$$Z_{calc} = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}}$$

Cálculo do p-valor: $Z_{calc} \approx N(0,1)$



Regra de rejeição: $\begin{cases} \text{Se } p\text{-valor} \leq \alpha \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } p\text{-valor} > \alpha \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{cases}$

3.3 | METODOLOGIA PREMISSAS DEMOGRÁFICAS

Etapa 2

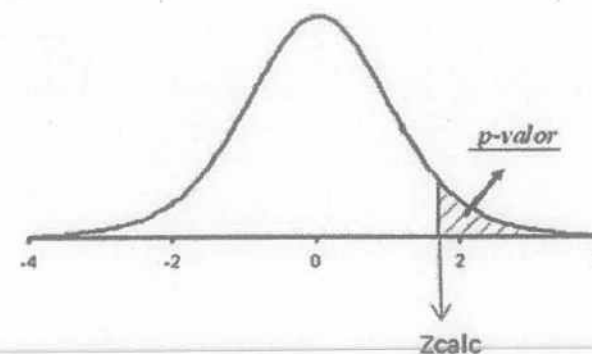
Testes de Hipótese – Teste para média

Hipótese testada: $\begin{cases} H_0: \mu \leq \mu_0 & \longrightarrow \text{A premissa é aderente} \\ H_1: \mu > \mu_0 & \longrightarrow \text{A premissa não é aderente} \end{cases}$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (5% de significância)

Estatística do teste: $Z_{calc} = \frac{x - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}$

Cálculo do p-valor: $Z_{calc} \sim N(0,1)$



Regra de rejeição: $\begin{cases} \text{Se } p\text{-valor} \leq \alpha \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } p\text{-valor} > \alpha \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{cases}$



Etapa 2

Intervalo de Confiança – IC para médias

Intervalo de confiança para a média: $(\bar{x} - \varepsilon; \bar{x} + \varepsilon)$

Onde:

$$\varepsilon = Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}, \text{ sendo a confiança dada por } (1 - \alpha)$$

Dessa forma os limites que compõe o intervalo de confiança para a média estimada serão dados por

$$\text{Limite inferior: } LI = \bar{x} - Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}$$

$$\text{Limite superior: } LS = \bar{x} + Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}$$

Etapa 2

Análise dos resultados

Diferente da análise de aderência das premissas biométricas, na qual se faz necessário e é possível a aplicação de diversas técnicas de análise para concluir sobre a aderência de determinada premissa, o caso da análise dos resultados dos testes referentes a aderência das premissas demográficas é mais simples, pois sua conclusão se volta apenas ao resultado do teste Z, sem a necessidade da comparação dos resultados de diversos testes, ou ainda a partir da análise das estimativas por Intervalo de confiança (teste Z e Intervalo de Confiança não são análises complementares, sendo possível a análise apenas de um ou de outro)

Assim, a rejeição ou não da aderência dessas premissas, equivale a rejeição ou não da hipótese nula formulada para o teste Z para médias e proporções, ou de forma mais simples, verificar se a premissa testada está contida no intervalo de confiança estimado (qualquer valor contido dentro de um Intervalo de Confiança pode ser considerado como adequado à experiência observada).



O conjunto básico de premissas econômicas e financeiras deste estudo foi composta pela análise da premissa taxa de crescimento real de salários e taxa de crescimento real de benefícios. A metodologia para análise de aderência dessa premissa, a exemplo da análise de premissas biométricas, também é composta por três etapas distintas:

Etapa 1: análise de dados para cálculo de estimativas de taxas de crescimento salarial (ou de benefícios).

Etapa 2: Aplicação de teste de hipótese e construção de intervalos de confiança para analisar se as premissas utilizadas podem ser consideradas adequadas à experiência observada na etapa 1;

Etapa 3: Análise dos resultados dos testes de hipótese e conclusões sobre a aderência.

Nas páginas seguintes é apresentado o detalhamento de cada uma dessas etapas na análise de premissas demográficas.

Etapa 1**Análise de dados**

A análise de dados para a premissa crescimento real de salários e benefícios é realizada a partir de histórico de evolução real¹ dos salários dos participantes, geralmente em um período abrangendo pelo menos 3 anos. Este estudo analisou o histórico de evolução no período de 2012 a 2014 para o crescimento real de salários, e 2010 a 2013 para o crescimento real de benefícios.

O crescimento salarial ou de benefício médio é obtido pela seguinte formulação: $\overline{CS} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{SF_i}{SI_i}\right)^{(1/t)} - 1}{N}$

Onde:

SF: salário ou benefício final do i-ésimo participante

SI: salario ou inicial do i-ésimo participante, acrescido de índice inflacionário¹

t é a quantidade de períodos analisados e N é a quantidade de participantes amostrados.

¹ Índice Nacional de Preços ao Consumidor – IPCA (IBGE)



Etapa 2

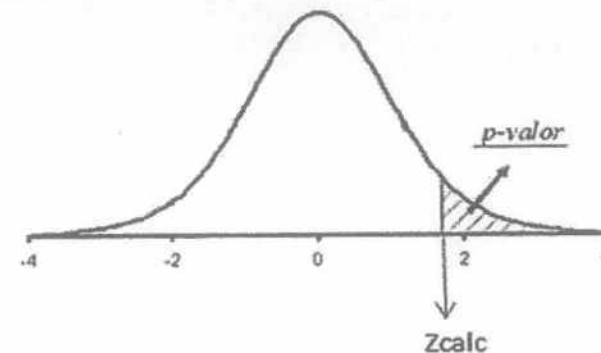
Testes de Hipótese – Teste Z para média

Hipótese testada: $\begin{cases} H_0: \mu \leq \mu_0 & \longrightarrow & \text{A premissa é aderente} \\ H_1: \mu > \mu_0 & \longrightarrow & \text{A premissa não é aderente} \end{cases}$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$ (5% de significância)

Estatística do teste: $Z_{calc} = \frac{x - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}$

Cálculo do p-valor: $Z_{calc} \sim N(0,1)$



Regra de rejeição: $\begin{cases} \text{Se } p\text{-valor} \leq \alpha \rightarrow \text{rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_1 \text{ deve ser verdadeira} \\ \text{Se } p\text{-valor} > \alpha \rightarrow \text{não rejeita-se } H_0, \text{ logo } H_0 \text{ pode ser verdadeira} \end{cases}$

Etapa 2

Intervalo de Confiança – IC para médias

Intervalo de confiança para a média: $(\bar{x} - \varepsilon; \bar{x} + \varepsilon)$

Onde:

$$\varepsilon = Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}, \text{ sendo a confiança dada por } (1 - \alpha)$$

Dessa forma os limites que compõe o intervalo de confiança para a média estimada serão dados por

$$\text{Limite inferior: } LI = \bar{x} - Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}$$

$$\text{Limite superior: } LS = \bar{x} + Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{x}}$$



Etapa 3

Análise dos resultados

Diferente da análise de aderência das premissas biométricas, na qual se faz necessário e é possível a aplicação de diversas técnicas de análise para concluir sobre a aderência de determinada premissa, o caso da análise dos resultados dos testes referentes a aderência das premissas demográficas é mais simples, pois sua conclusão se volta apenas ao resultado do teste Z, sem a necessidade da comparação dos resultados de diversos testes, ou ainda a partir da análise das estimativas por Intervalo de confiança (teste Z e Intervalo de Confiança não são análises complementares, sendo possível a análise apenas de um ou de outro)

Assim, a rejeição ou não da aderência dessas premissas, equivale a rejeição ou não da hipótese nula formulada para o teste Z para médias e proporções, ou de forma mais simples, verificar se a premissa testada está contida no intervalo de confiança estimado (qualquer valor contido dentro de um Intervalo de Confiança pode ser considerado como adequado à experiência observada).

- 1- Siegel, S. (2006). *Estatística Não Paramétrica para Ciências do Comportamento*. 2ª ed. Porto Alegre: Artmed.
- 2- Fernandes, E.M.G.P. (1999). *Estatística Aplicada*. Edição única. Braga: Universidade do Minho.
- 3- James, B. (1996). *Probabilidade: um curso em nível intermediário*. 2ª ed. São Paulo: IMPA.
- 4- Fonseca, J.S., Martins, G.A. (1994). *Curso de Estatística*. 5ª ed. São Paulo: Atlas.
- 5- Mayer, P.L. (1983). *Probabilidade: aplicações à Estatística*. 2ª ed. Rio de Janeiro: LTC.

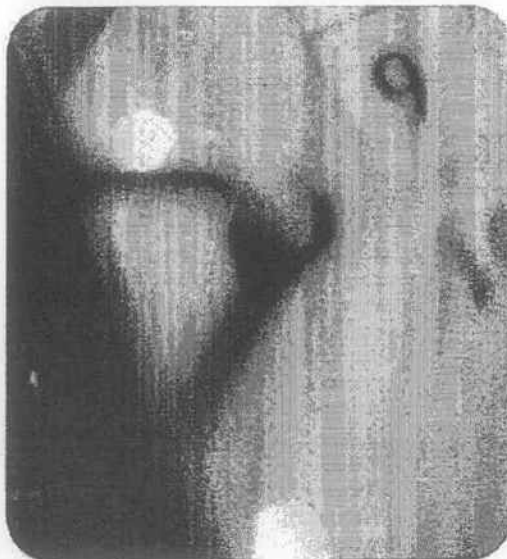




Giancarlo Giacomini Germany
Giancarlo Giacomini Germany
giancarlo@mirador-atuarial.com.br
ATUÁRIO MIBA 1020



J miacki
juscelino@mirador-atuarial.com.br
ESTATÍSTICO CONRE 4ª REGIÃO – Nº 8787



Fone: (051) 3228-6991
www.mirador-atuarial.com.br

Mirador
Atuária • Pesquisa • Conhecimento



MIRADOR 1.169/2015

Porto Alegre, 10 de dezembro de 2015.



À Gerência Atuária e de Desenvolvimento de Planos da
PETROS - Fundação Petrobras de Seguridade Social

Ref.: Manifestação com relação à "taxa real de juros" do Plano Petros do Sistema Petrobras Não Repactuados.

Prezados Senhores,

Em continuidade às questões apresentadas no parecer MIRADOR 0967/2015, referente às premissas atuariais a serem utilizadas nos estudos com a finalidade de embasar o processo em análise no âmbito da PREVIC, referente à Cisão de Massas do plano em Repactuados e Não Repactuados, apresentamos nossa manifestação com relação à "taxa real de juros" para o grupo de participantes que se enquadram na situação de Não Repactuados.

Para a emissão de nosso posicionamento técnico, especialmente com relação às exigências apresentadas na Resolução MPS/CNPC Nº 09/2012 e na Resolução MPS/CNPC Nº 15/2014, elaboramos a análise do estudo efetuado pela Gerência de Gestão de Riscos de Investimentos da Entidade, denominado "ESTUDO DE TAXAS REAIS DE JUROS PROJETADAS NO LONGO PRAZO PARA O PLANO: PETROS-SISTEMA PETROBRAS NÃO REPACTUADOS", de dezembro/2014, recebido por nossa consultoria nesta data de 10/dezembro/2015.

Com relação aos insumos utilizados pela Gerência de Gestão de Riscos de Investimentos da Entidade, analisamos o fluxo de caixa projetado de contribuições e benefícios e sua coerência frente ao passivo dos planos, estando os mesmos adequados para a realização desta manifestação.

O resultado final do estudo apresentado pela Gerência de Gestão de Riscos de Investimentos da Entidade, o qual considerou a taxa de rentabilidade para o patrimônio líquido no longo prazo (5,81% ao ano) juntamente com a correção da dívida previdencial por marcação da curva a 6,00% ao ano, indica que a taxa projetada de rentabilidade dos recursos garantidores está em um patamar de **5,84% ao ano acima da inflação, a partir de 2015.**

Pelos limites apurados pela aplicação das regras estabelecidas na Resolução MPS/CNPC Nº 15/2014, o plano apresenta uma duração de passivo de **10,75 anos**, resultando em uma taxa de juros parâmetro de 5,20% ao ano e dos limites inferiores e superiores de



3,64% ao ano e de 5,60% ao ano, respectivamente.

Comparando o limite superior de 5,60% ao ano com a taxa composta projetada pelo plano no longo prazo de 5,84% ao ano, identificamos que **ocorre uma extrapolação do limite superior**, impossibilitando a aplicação automática dessa taxa como sendo a taxa real de juros a ser utilizada nas avaliações atuariais. Assim, seria necessário solicitar autorização da PREVIC, como previsto no item 4.2.2 da Resolução MPS/CNPC N° 15/2014.

Caso a PETROS decida por aplicar os efeitos da Resolução CNPC n° 15/2014, cuja aplicação para 2014 é facultativa e a critério da Entidade, entendemos adequada a **adoção da taxa real de juros até o limite superior** do intervalo estabelecido pela citada Resolução, sendo **de 5,60% ao ano para o grupo NÃO REPACTUADOS do Plano PPSP**.

Considerando ainda que o estudo apresentado pela Gerência de Gestão de Riscos de Investimentos da Entidade aponta uma rentabilidade projetada para o **plano consolidado equivalente a 5,81%** (conforme apresentado no anexo 1 do referido estudo), e que a taxa que representa a média ponderada (ponderação das proporções de cada sub massa no grupo consolidado entre 25% para NÃO REPACTUADOS e 75% para REPACTUADOS) das sub-massas de REPACTUADOS e NÃO REPACTUADOS é de **5,63% a.a.**, sugerimos manter a rentabilidade alinhada com a taxa média ponderada.

Ressalta-se, no entanto, que a taxa de 5,63% é superior ao limite de 5,60% estabelecido pela duração do passivo da sub massa de NÃO REPACTUADOS, estando assim **condicionada à aprovação prévia da PREVIC**.

Colocamo-nos ao inteiro dispor para maiores esclarecimentos e aproveitamos para renovar nossos votos de estima e consideração.

Atenciosamente,

Giancarlo Giacomini Germany
Giancarlo Giacomini Germany
Atuário M.I.B.A. 1020





**Convênio de Adesão que entre si celebram
a Fundação Petrobras de Seguridade Social
- Petros, a Petróleo Brasileiro S.A -
Petrobras, e a Petrobras Distribuidora S.A.
- BR**

Das Partes

As partes, abaixo qualificadas:

Fundação Petrobras de Seguridade Social - Petros, entidade fechada de previdência complementar - EFPC, com sede na Rua do Ouvidor nº 98, Centro, Cidade do Rio de Janeiro, Estado do Rio de Janeiro, inscrita no Cadastro Nacional de Pessoas Jurídicas - CNPJ do Ministério da Fazenda sob o nº 34.053.942/0001-50, denominada simplesmente "**Petros**" nas situações onde atua como gestora de planos de benefícios previdenciários e denominada "**Patrocinadora**" nas situações onde atua como **Patrocinadora** do Plano Petros do Sistema Petrobras Repactuados;

Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras, sociedade de economia mista, com sede na Avenida República do Chile nº 65, Centro, Cidade do Rio de Janeiro, Estado do Rio de Janeiro, inscrita no Cadastro Nacional de Pessoas Jurídicas - CNPJ do Ministério da Fazenda sob o nº 33.000.167/0001-01, na qualidade de **Patrocinadora**, doravante denominada isoladamente "**Patrocinadora**";

Petrobras Distribuidora S.A. - BR, sociedade por ações, subsidiária integral da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras, com sede na Rua General Canabarro nº 500, Térreo, 6º e 11º andar (partes), 12º ao 16º andar, Maracanã, Cidade do Rio de Janeiro, Estado do Rio de Janeiro, inscrita no Cadastro Nacional de Pessoas Jurídicas - CNPJ do Ministério da Fazenda sob o nº 34.274.233/0001-02, na qualidade de **Patrocinadora**, doravante denominada isoladamente "**Patrocinadora**";

Em conjunto, neste instrumento, doravante denominadas **Patrocinadoras**, neste ato representadas, por meio de seus representantes legais ao final assinados e qualificados,

Resolvem celebrar, entre si, o presente Convênio de Adesão ao Plano Petros do Sistema Petrobras Repactuados, com base no artigo 13 da Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001, e no artigo 5º, § 1º, inciso III, da Resolução CGPC nº 08/2004, de 19 de fevereiro de 2004, de acordo com as seguintes cláusulas e condições:

CLÁUSULA PRIMEIRA - DAS CONSIDERAÇÕES

- 1.1. O Plano Petros do Sistema Petrobras, regido originalmente pelo Regulamento de 1969 e alterações posteriores, é patrocinado atualmente pela Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras, Petrobras Distribuidora S.A. - BR e Fundação Petrobras de Seguridade Social - Petros, esta última atuando, também, como gestora do Plano.
- 1.2. Em 16/05/1980, foi celebrado o Convênio de Adesão do Plano Petros do Sistema Petrobras e, em 23/12/2008, foi realizado o Primeiro Termo Aditivo ao Convênio de Adesão ao Plano Petros do Sistema Petrobras.



- 1.3. Após os processos de repactuação das regras do Plano Petros do Sistema Petrobras, ocorridos nos anos de 2006 e 2007 e no ano de 2012, o referido Plano passou a conviver com critérios diferenciados de cálculo e de manutenção dos benefícios aplicados às massas de participantes e assistidos que firmaram o Termo Individual de Adesão nos processos de repactuação, o que ocasionou o processo de cisão do Plano entre os grupos de participantes e assistidos não repactuados e participantes e assistidos repactuados.
- 1.4. Em consequência do processo de cisão, o Plano Petros do Sistema Petrobras será segregado em Plano Petros do Sistema Petrobras-Não Repactuados e Plano Petros do Sistema Petrobras-Repactuados, sendo o primeiro destinado aos participantes e assistidos Não Repactuados e o segundo para os participantes e assistidos Repactuados.

CLÁUSULA SEGUNDA - DO OBJETO

- 2.1 O presente Convênio de Adesão tem por objeto a formalização do patrocínio da Petróleo Brasileiro S.A. – Petrobras, Petrobras Distribuidora S.A. - BR e Fundação Petrobras de Seguridade Social - Petros ao Plano Petros do Sistema Petrobras-Repactuados, doravante neste instrumento denominado “PPSP-Repactuados”, em obediência ao que determina o artigo 13 da Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001.
 - 2.1.1 O PPSP-Repactuados é o plano de benefícios destinado aos participantes e assistidos que firmaram o Termo Individual de Adesão em processo de repactuação dos critérios de manutenção e reajuste das rendas do Plano Petros do Sistema Petrobras oferecido nos anos de 2006 e 2007 ou de 2012.
 - 2.1.2 O PPSP-Repactuados é um plano de benefício administrado pela Petros estruturado na modalidade de benefício definido.

CLÁUSULA TERCEIRA - DA SOLIDARIEDADE

- 3.1 As Patrocinadoras, incluindo a Petros na qualidade de Patrocinadora, declaram-se solidárias entre si em relação às obrigações e direitos previstos neste Convênio de Adesão e no Regulamento do PPSP-Repactuados.
- 3.2 As Patrocinadoras do PPSP-Repactuados não são solidárias com quaisquer das patrocinadoras ou instituidores dos demais planos de previdência administrados pela Petros.
- 3.3 Fica estabelecida, ainda, a inexistência de solidariedade entre as Patrocinadoras e a Petros, esta na qualidade de gestora do PPSP-Repactuados, limitando-se a responsabilidade das Patrocinadoras às obrigações previstas neste Convênio de Adesão e no Regulamento do PPSP-Repactuados.

CLÁUSULA QUARTA – DAS OBRIGAÇÕES DAS PATROCINADORAS

- 4.1 As Patrocinadoras comprometem-se a colaborar com a Petros na execução de suas atividades, para que esta realize plenamente os objetivos para os quais foi criada, segundo o estabelecido em seu Estatuto e no Regulamento do PPSP-Repactuados.





4.2 Comprometem-se, ainda, as Patrocinadoras a:

- a) contribuir para o custeio dos benefícios previdenciais assegurados pelo PPSP-Repactuados, na forma fixada anualmente no Plano de Custeio, conforme os estudos atuariais realizados;
- b) cumprir e fazer cumprir, pelos seus empregados e prepostos, o Estatuto da Petros e o Regulamento do PPSP-Repactuados;
- c) descontar mensalmente dos salários dos Participantes as contribuições por estes devidas ao PPSP-Repactuados, fixadas no respectivo Plano de Custeio anual;
- d) recolher à Petros as contribuições descontadas dos Participantes, juntamente com as contribuições mensais de sua responsabilidade, segundo o Plano de Custeio anual, até o 15º (décimo quinto) dia do mês seguinte àquele a que corresponderem;
- e) comunicar à Petros sobre a cessação de vínculo empregatício de Participantes do PPSP-Repactuados a ela vinculados;
- f) fornecer à Petros, tempestivamente, os dados cadastrais atualizados dos seus empregados Participantes do PPSP-Repactuados;
- g) recepcionar e encaminhar à Petros os termos de requerimentos e opções realizados por seus empregados Participantes do PPSP-Repactuados, conforme previsto no Regulamento do Plano;
- h) fornecer à Petros, dentro dos prazos que venham a ajustar em comum acordo, todas as informações necessárias às avaliações atuariais exigidas em lei e a outros cálculos, estudos e acompanhamento do PPSP-Repactuados;
- i) remeter à Petros, dentro dos prazos legais ou dos prazos que venham a ser ajustados, de comum acordo, todas as informações julgadas necessárias à prestação de esclarecimentos em processos judiciais ou destinadas a atender a solicitações do órgão fiscalizador das entidades fechadas de previdência complementar;
- j) encaminhar à Petros os demais documentos e informações por esta requeridas relacionadas à administração e execução do PPSP-Repactuados;
- k) apoiar a Petros na divulgação de alterações que venham a ocorrer no PPSP-Repactuados e de assuntos de interesse dos Participantes e Assistidos;
- l) assumir integralmente as despesas com estudos e processos decorrentes de sua reorganização societária ou de retirada de patrocínio.

4.2.1 - O encaminhamento das informações e dos documentos previstos nos incisos deste item, para os quais não haja o estabelecimento de prazos específicos, deverá ocorrer no prazo de 5 (cinco) dias úteis subsequentes à data de ocorrência do evento gerador.

